

Párenie

Párením v grafe G rozumieme takú podmnožinu X hranovej množiny grafu, pre ktorú každý vrchol vrcholovej množiny inciduje s jednou hranou z X . Hrany z množiny X sú **páriace** hrany.

Maximálne párenie v uvažovanom grafe treba nájsť párenie maximálnej mohutnosti (s najväčším počtom hrán).

Maximálne párenie minimálnej ceny je také maximálne párenie, ktorého súčet ohodnotení hrán je maximálny.

Alternujúcou cestou nazveme takú cestu, v ktorej sa striedajú páriace a nepáriace hrany.

Rastúcou alternujúcou cestou nazveme takú alternujúcu cestu, v ktorej koncové vrcholy nie sú incidentné s páriacimi hranami.

Veta : Párenie X je maximálne práve vtedy, keď neexistuje v X rastúca alternujúca cesta

Algoritmus nájdenia maximálneho párenia

Inicializácia: Nájdeme nejaké párenie v grafe. Žiaden vrchol nie je označený.

I° 1) Každému voľnému vrcholu priradíme značku F-0. Všetky vrcholy sú nepreskúmané

2) Ak všetky označené vrcholy preskúmame, ideme na krok III. Inak zvolíme ľubovoľný nepreskúmaný vrchol v_i . Ak vrchol v_i má značku F, tak ideme na bod 3, ak má značku P, tak ideme na bod 4

3) (skúmanie vrchola v_i typu F). Pre každú nepariacu hranu (v_i, v_j) urobíme:

Ak vrchol v_j má značku F, tak podľa indexov „k“ v značkách (F-k, P-k) nájdeme korene vrcholov v_i, v_j . Ak sú tieto korene rôzne, tak ideme na krok II. Ak je koreň jeden spoločný, tak sme našli kvet, ktorý stiahneme na jeden pseudovrchol so značkou bázy kvetu a považujeme ho za nepreskúmaný vrchol. Vrátime sa na bod 2. Ak vrchol v_j má značku typu P, tak ju ponecháme a ak nemá žiadnu značku, tak označíme P-i. Vrchol v_i je teraz preskúmaný a ideme na bod 2.

Algoritmus nájdenia maximálneho párenia

I° 4) (Skúmanie vrchola v_i typu P). Nájdeme pariacu hranu (v_i, v_j) (Existuje len jedná jediná). Ak vrchol v_j má označenie P, tak podľa indexu značiek vrcholov nájdeme korene vrcholov v_i a v_j a ideme na krok II. Ak tieto vrcholy majú spoločný koreň, tak sme našli kvet, ktorý stiahneme do jedného pseudovrchola z_t so značkou bázy kvetu. Pseudovrchol považujeme za nepreskúmaný a ideme nabod 2.

Ak vrchol v_j nemá značku, tak ho označíme F-i a ideme na bod 2.

II° (Zväčšenie párenia). Pomocou nájdenej rastúcej alternujúcej cesty v stiahnutom grafe nájdeme rastúcu cestu v pôvodnom grafe a párenie zväčšíme. Všetky označenia zrušíme a vrátime sa na krok I.

III° Žiadna rastúca alternujúca cesta neexistuje. Párenie je maximálne. Koniec.

Príklad : Nájdite maximálne párenie v nasledujúcom grafe:





