





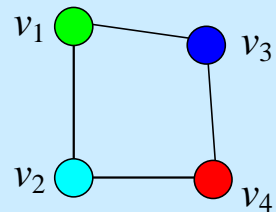


# Farbenie grafov

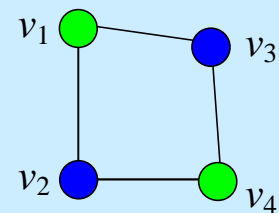
**Definícia :** Súvislý graf nazveme ***n*-zafarbitel'ným**, ak postačuje *n* farieb na zafarbenie vrcholov tak, že žiadne dva priľahlé vrcholy nie sú zafarbené rovnakou farbou.

**Definícia :** **Chromatickým číslom**  $b(G)$  grafu  $G$  nazveme číslo *n*, ktoré udáva minimálny počet farieb potrebných na to, aby bol graf  $G$  *n*-zafarbitel'ným.

Príklady :



4-zafarbitel'ný



$b(G)=2$

**Veta :** Pre chromatické číslo  $b(G)$  súvislého grafu  $G=(V, H)$  platí

$$b(G) \leq 1 + s(G),$$

kde  $s(G)$  udáva maximálny stupeň.

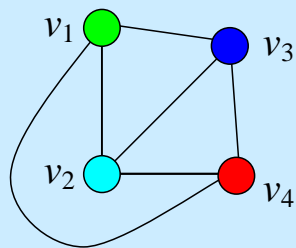
**Veta :** Graf  $G$  je dvojzafarbitelný vtedy a len vtedy, keď neobsahuje ako podgraf kružnicu nepárnej dĺžky.

**Dôsledok :** Každý strom je 2-zafarbitelný.

**Definícia :** Graf nazveme rovinným, ak môže byť nakreslený do roviny tak, že žiadne 2 hrany sa nepretínajú v inom bode ako vrchole.

**Veta :** Každý rovinný graf je 5-zafarbitelný.

**Príklady :**



$$b(G) = 4$$

## Heuristický algoritmus farbenia grafov

1° Zoradíme vrcholy grafu  $G=(V,H)$  do postupnosti  $P = (v_{k_1}, v_{k_2}, v_{k_3}, \dots, v_{k_p})$  tak,

že platí  $st(v_{k_1}) \geq st(v_{k_2}) \geq \dots \geq st(v_{k_p})$

2° Položíme  $j = 1$ .

3° Nezafarbený vrchol  $v_{k_i}$ , ktorý má najmenší index  $i$  zafarbíme farbou „ $j$ “.

Postupne vyberáme vrcholy z postupnosti  $p$  podľa rastúceho indexu  $i$ , a ak nie sú zafarbené a nie sú priľahlé k vrcholom zafarbeným farbou „ $j$ “ tak ich touto farbou zafarbíme.

4° Ak pri farbení grafu farbou „ $j$ “ nezafarbíme všetky vrcholy grafu, ktoré ešte neboli zafarbené tak  $j \leftarrow j + 1$

A vrátime sa na krok 3°.

Ak sú zafarbené všetky vrcholy nasledujeme na krok 5°.

5° Graf je  $j$ -zafarbitel'ný. Posledná určená hodnota  $j$  udáva odhad chromatické čísla

A vrátime sa na krok 3°.