

# Rovinné grafy

Graf nazveme **rovinným**, ak môže byť zakreslený do roviny tak, že žiadne jeho dve hrany sa nepretínajú v inom bode ako vo vrchole.

**Stenou** rovinného grafu nazveme časť roviny, ohraničenú vrcholmi a hranami grafu.

**Veta** : Pre rovinný súvislý graf platí:

$$|V| - |H| + |S| = 2$$

kde  $V$  množina vrcholov,  $H$  množina hrán,  $S$  množina stien grafu

**Maximálnym rovinným** grafom nazveme taký rovinný graf, ku ktorému nemôže byť pridaná žiadna hrana bez narušenia rovnosti.

**Veta :** Každá stena maximálneho rovinného grafu s viac ako 2 vrcholmi je trojuholník  $C_3$

**Veta :** Pre každý rovinný graf s aspoň 3 vrcholmi platí

$$|H| \leq 3|V| - 6$$

**Veta :** Pre každý rovinný graf s aspoň 3 vrcholmi, ktorý neobsahuje  $C_3$  platí  $|H| \leq 2|V| - 4$

**Veta :** Grafy  $K_5$  a  $K_{3,3}$  nie sú rovinné.

**Veta :** Každý rovinný graf obsahuje aspoň jeden vrchol stupňa neprevyšujúceho 5.

Dva grafy nazveme **homeomorfnými**, ak konečným rozpolením ich hrán dostaneme izomorfné grafy. **Rozpolením** hrany rozumieme vloženie nového vrchola do nej.

**Veta (Kuratowského) :** Graf je rovinný vtedy a len vtedy, keď neobsahuje graf homeomorfný s grafom  $K_5$  alebo grafom  $K_{3,3}$