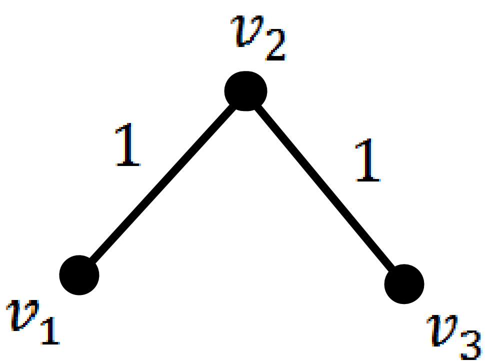
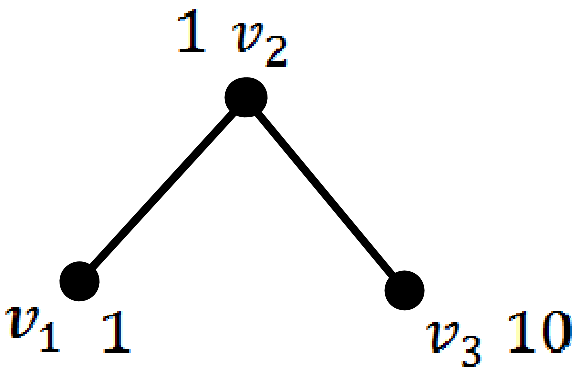
Úlohy o alokácií

Sieťou nazveme súvislý hranovoohodnotený graf, ktorý je strom

Depom nazveme také miesto na sieti, v ktorom je umiestnené stredisko obsluhy. Množinu diep označíme *D* a počet diep (konečné číslo) označíme *k*. Pričom $1 \leq k \leq |V|$

Príklad :





Atrakčným obvodom depa v – A(v) nazveme množinu tých vrcholov a hrán siete G=(V, X), pre ktorú platí:

- vrchol $u \in A(v)$, ak neexistuje depo $w \in D$ tak, že
$$d(w,u) < d(v,u)$$
- hrana $h \in A(v)$, ak neexistuje depo $w \in D$ tak, že
$$d(w,h) < d(v,h)$$

Prvotným atrakčným obvodom depa v – A'(v) nazveme množinu tých vrcholov a hrán siete G=(V, X), pre ktorú platí:

- vrchol $u \in A'(v)$, ak neexistuje depo $w \in D$ tak, že
$$d(w,u) \leq d(v,u)$$
- hrana $h \in A'(v)$, ak neexistuje depo $w \in D$ tak, že
$$d(w,h) \leq d(v,h)$$

Pridelenými atrakčnými obvodmi diep $v \in D$ nazveme množiny $A''(v)$, pre ktoré platí:

- $A'(v) \subseteq A''(v)$ a $A''(v) \subseteq A(v)$ pre každé depo $v \in D$
- $\bigcup_{v \in D} A''(v) = V \cup X$

pričom $A''(v) \cap A''(u) = \emptyset$, pre každé $u, v \in D$, kde $u \neq v$

Kriteriálna funkcia pre umiestnenie diep na sieti

Obsluha vrcholov siete. Množinu *k* diep D_k ($|D_k| = k$) nazveme vrcholovo optimálnym umiestnením *k* diep na sieti G=(V,X), ak platí $f(D_k) = \min\{f(D_k')\}$, kde D_k' sú všetky *k*-prvkové podmnožiny vrcholov V a

$$f(D_k') = \sum_{v \in D_k'} \sum_{u \in A''(v)} 2d(v,u).w(u)$$

Obsluha hrán siete. Množinu *k* diep D_k ($|D_k| = k$) nazveme hranovo optimálnym umiestnením *k* diep na sieti G=(V,X), ak platí $g(D_k) = \min\{g(D_k')\}$, kde D_k' sú všetky *k*-prvkové podmnožiny vrcholov V a

$$g(D_k') = \sum_{v \in D_k'} \sum_{h \in A''(v)} \big(2d(v,h) + o(h)\big).w(h)$$

Zovšeobecnené Hakimiho veta.

Nech pre ľubovoľnú množinu k bodov siete G=(V, X) -Y_k sú funkcie $f(Y_k)$ a $g(Y_k)$ formálne rovnako definované ako funkcie $f(D_k)$ a $g(D_k)$. Potom existuje aspoň jedna množina *k* vrcholov D_k (D_k') siete G=(V,X), pre ktorú platí

$$f(D_k) \le f(Y_k) \qquad g(D_k') \le g(Y_k)$$

Iteratívny algoritmus

1. Voľba počiatočného riešenia

   Zvolíme *k* vrcholov množiny *V*, ktoré sú navzájom rôzne. Označíme túto množinu D_k a vybrané vrcholy označíme $v_1, v_2, \ldots, v_k$. Vrcholy množiny $V - D_k$ nazveme nepreskúmanými vrcholmi. Položíme *z*=0.

2. Ak množina nepreskúmaných vrcholov je prázdna, tak nasleduje krok 4. Inak vyberieme jeden nepreskúmaný vrchol $v \in V - D_k$ a postupne nahradíme vrcholy v_j vrcholom v; tým vytvoríme množiny

   $D_k^j = D_k - \{v_j\} + \{v\}$ pre $j = 1,2, \ldots, k$

   Ďalej vypočítame $f\left(D_k^j\right)$ a určíme $f\left(\overline{D}_k^j\right) = \min_j\left\{f\left(D_k^j\right)\right\}$

3. Ak platí

   a) $f\left(\overline{D}_k^j\right) \geq f(D_k)$, tak vrchol *v* vylúčime z množiny nepreskúmaných vrcholov a nasleduje návrat na krok 2.

Iteratívny algoritmus – pokračovanie

b) $f(\overline{D}_k^j) < f(D_k)$, tak vytvoríme novú množinu D_k takto

$$D_k = D_k - \{v_j\} + \{v\}$$

vylúčime vrchol *v* z množiny $V - D_k$ a položíme *z*=1; nasleduje návrat na krok 2.

4. Ak *z*=0, tak nasleduje postup na krok 5. Ak *z*=1. tak položíme z=0; všetky vrcholy z množiny $V - D_k$ (množina D_k je zmenená, teda je zmenená aj množina $V - D_k$) nazveme nepreskúmanými vrcholmi a nasleduje návrat na krok 2.
5. Aktuálna množina D_k tvorí lokálne optimálne umiestnenie *k* diep na sieti.