

Teória grafov

Sylaby

- Stromy, úlohy o alokácii, strediská prvej pomoci
- Koreňové, vyvážené stromy
- Rovinné grafy
- Maximálne párenie v grafe
- Metóda časového plánovania CPM a PERT
- Toky v dopravnej sieti

Stromy, centrá, centroidy

Stromom nazveme súvislý graf, ktorý ako podgraf neobsahuje kružnicu

Nesúvislý graf, ktorý neobsahuje ako podgraf kružnicu, nazývame **les**.

Strom, ktorý má p vrcholov, pričom 1 z jeho vrcholov má stupeň $p-1$ a všetky ostatné vrcholy sú stupňa 1 nazveme **hviezda**.

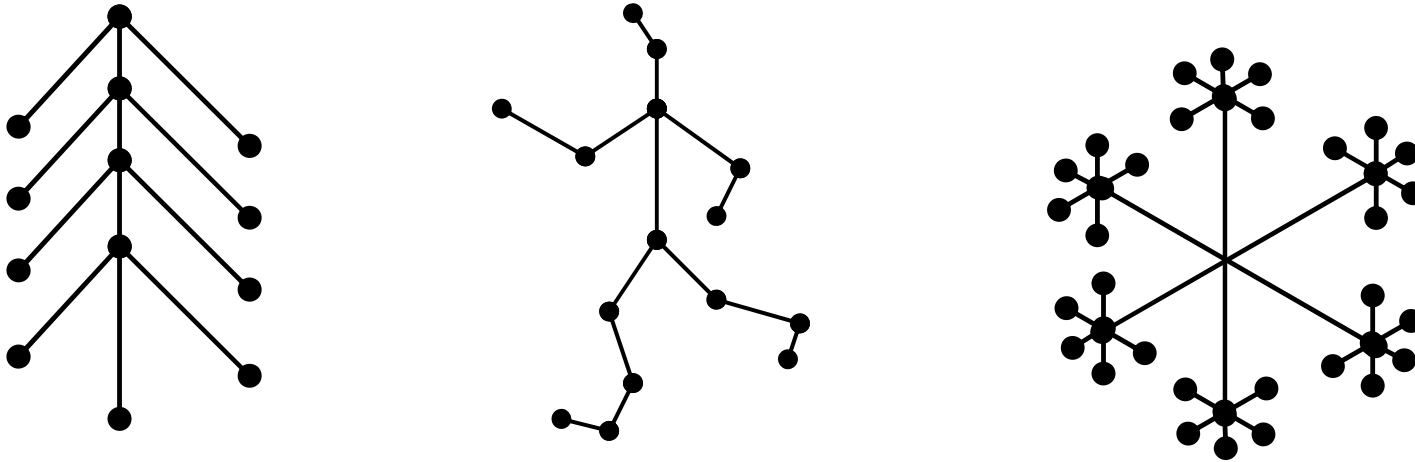
Maximálna dĺžka zo všetkých ciest v strome začínajúca vo vrchole v v strome sa nazýva **excentricita** vrchola v $e(v)$.

Polomer stromu je minimum z excentricít jeho vrcholov.

Priemer stromu je maximum z excentricít jeho vrcholov.

Centrálным vrcholom nazveme vrchol, ktorého excentricita sa rovná polomeru stromu.

Centrom grafu nazveme množinu všetkých jej centrálnych vrcholov.



Veta : Každý strom s aspoň 2 vrcholmi obsahuje aspoň 2 vrcholy stupňa 1. (Vrchol stupňa 1 sa nazýva koncový vrchol alebo list)

Veta : Nech $T = (V, H)$ je netriviálny strom potom nasledujúce tvrdenia sú ekvivalentné :

- Graf T je strom
- Pre každé dva rôzne vrcholy u, v existuje práve jedna cesta z u do v
- Graf T je súvislý a každá hrana grafu je mostom
- V grafe $T=(V,H)$ platí $|H| = |V| - 1$ a graf T je súvislý
- V grafe $T=(V,H)$ platí $|H| = |V| - 1$ a graf T neobsahuje kružnicu

Veta : Centrum stromu pozostáva buď z jedného vrcholu alebo z dvoch príľahlých vrcholov.

Algoritmus : na učenie centra stromu

- 1) Zo stromu odstránime všetky vrcholy stupňa 1 spolu s príľahlými vrcholmi
- 2) Bod 1) opakujeme pokiaľ graf má aspoň 3 vrcholy.

Vetvou vrchola v určenou hranou (v, u) v strome nazveme jeho podgraf, ktorý je stromom, obsahuje vrchol v , hranu (v, u) , maximálny počet vrcholov a hrán a platí, že $st(v)=1$.

Počet hrán tej vetvy vrchola v , ktorý obsahuje maximálny počet vrcholov nazveme **silou** vrchola v a označíme $s(v)$.

Vrchol stromu, ktorý má minimálnu silu nazveme **centroidný vrchol**. Množinu centroidných vrcholov nazveme **centroid**.

Tvrdenie : Centroid každého stromu pozostáva z jedného vrchola alebo z dvoch príľahlých vrcholov.