

Ešte o funkciách

- 1) Je funkcia $x \mapsto 1 - \frac{2x+1}{x-2}$, $x \neq 2$ prostá ?
- 2) Ktoré lineárne funkcie sú prosté ?
- 3) Ktoré afinné funkcie sú prosté ?
- 4) Ak funkcia f je prostá na množine A a $B \subset A$, tak f je prostá aj na množine B .
- 5) Nech $f(x) = 1 - \frac{2x+1}{x-2}$ pre každé $x \neq 2$. Nájdite inverznú funkciu k funkcii f .
- 6) Čo je inverznou funkciou k funkcii $x \mapsto x^3$, $x \in (-\infty, \infty)$?
- 7) Nájdite inverznú funkciu k funkcii $x \mapsto x^4$, $x \in (-\infty, \infty)$, uvažovanej na intervale $(0, \infty)$.
- 8) Ak lineárna funkcia f daná predpisom $f(x) = \lambda x$, $x \in (-\infty, \infty)$ je prostá, nájdite k nej inverznú funkciu.
- 9) Ak afinná funkcia f daná predpisom $f(x) = \lambda x + \beta$, $x \in (-\infty, \infty)$ je prostá, nájdite k nej inverznú funkciu.
- 10) Nájdite takú funkciu f , pre ktorú platí $f^{-1} = f$, pričom to nie je funkcia $x \mapsto x$, $x \in (-\infty, \infty)$.
- 11) Všimnite si, že funkcia $x \mapsto x + \beta$, $x \in (-\infty, \infty)$, je inverzná k sebe samej (vtedy a) len vtedy, keď $\beta = 0$. Čo viete povedať o funkcii $x \mapsto -x + \beta$, $x \in (-\infty, \infty)$?
- 12) Uvedomte si, že $x^0 = \mathcal{X}_{(-\infty, \infty)}$.
- 13) Čo je definičným oborom funkcie
 - (i) $\frac{x}{x^2 + 2x}$;
 - (ii) $\frac{x+3}{x^2 + 2x + 4}$;
 - (iii) $\frac{x+3}{x^3 + 7x^2 + 12x}$;
 - (iv) $\frac{x^2 - 4x}{x^3 + 7x^2 + 12x}$?
- 14) Zistite definičný obor funkcie
 - (i) $\sqrt{3x-4}$;
 - (ii) $\sqrt{x+4} + \sqrt{1-x}$;
 - (iii) $\sqrt{(x-3)(x+5)}$;
 - (iv) $\sqrt{x^2 + x + 5}$;
 - (v) $\sqrt{2+x-x^2}$;
 - (vi) $(x+1)\sqrt{2-x-x^2}$?

Objasnite, ako tieto funkcie vzniknú pomocou operácií s funkciami (vrátane skladania funkcií) a akú voľnosť v označovaní si pritom dovoľujeme.

15) Čo je definičným oborom funkcie $\left[\frac{x}{2+x-x^2} \right]$? (Pritom $t \mapsto [t]$, $t \in (-\infty, \infty)$, je celá

časť, takže $[2+x-x^2]$ je funkcia zložená z funkcie $2+x-x^2$ a z celej časti.)

16) Ukážte, že súčet a rozdiel lineárnych funkcií sú opäť lineárne funkcie.

17) Ukážte, že súčet a rozdiel afinných funkcií sú afinná funkcie.

18) Súčin lineárnych alebo afinných funkcií nie je nutne lineárnou ani afinnou funkciou.

Rozhodnite, za akých podmienok to je lineárna resp. afinná funkcia.

19) Nájdite inverzné funkcie k funkciám

(i) \sqrt{x} ; (ii) $\sqrt{3x-5}$; (iii) $\sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$

20) Nájdite inverznú funkciu k funkcii $x+\sqrt{x}$. Ukážte, že funkcia $x-\sqrt{x}$ nemá inverznú funkciu. Nájdite najväčšie možné intervaly, na ktorých táto funkcia má inverznú funkciu.