Niektoré špeciálne funkcie.

1) Ukážte, že ak f je nepriama úmernosť a $u \neq 0$, $v \neq 0$, $u \neq v$, tak $f(u) \neq f(v)$.
2) Dokážte, že ak g je nepriama úmernosť, tak neexistuje afinná funkcia f, ktorá by pre niektoré nenulové body u, v, w s vlastnosťami $u \neq v$, $v \neq w$, $w \neq u$ spĺňala podmienky $g(u) = f(u)$, $g(v) = f(v)$, $g(w) = f(w)$. (Návod: Veta 2.3; všimnite si, ako sme v dôkaze vety 6.1 dokázali, že $\Delta \neq 0$.)
3) Ak g je lineárna lomená funkcia a f taká afinná funkcia, že $g(u) = f(u)$, $g(v) = f(v)$, $g(w) = f(w)$ pre vhodné u, v, w s vlastnosťami $u \neq v$, $v \neq w$, $w \neq u$, tak g je afinná; platí totiž $g(x) = f(x)$ pre každé $x \in (-\infty, \infty)$.
4) Ak ste vyriešili úlohu z cvičenia 6, nájdite takú lineárnu lomenú funkciu h, ktorá spĺňa $h(0) = 1/5$, $h(1) = 1$, $h(2) = 1/2$. Čo je definičným oborom funkcie h? Čomu sa rovná $h(s)$, ak s je číslo, ktoré nepatrí do definičného oboru funkcie g z cvičenia 6?
5) Nech pre každé $x \in (-\infty, \infty)$ je $f(x) = \chi_{\langle -1,2 \rangle}(x) + \chi_{\langle 0,5 \rangle}(x)$. Čomu sa rovná $f(-3)$, $f(-2)$, $f(-1)$, $f(-1/2)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(5)$, $f(9/2)$, $f(7)$? Načrtnite graf funkcie f.
6) Nájdite všetky také body x, že $(3 - x)\chi_{(-\infty,1)}(x) + x\chi_{(2,7)}(x) + (5x - 1)\chi_{\langle 7,\infty)}(x)$
7) Nájdite všetky body x, pre ktoré $(x - 3)\chi_{(-\infty,2)}(x) + (3 - 5x)\chi_{\langle 0,5 \rangle}(x) + 3\chi_{\langle 4,\infty)}(x) < 2$
8) Nakreslíte graf funkcie $x \to 2 + x + |x| - |2 - x - |x||$, $x \in (-\infty, \infty)$.
   Vyjadrite ju pomocou charakteristických funkcií bez použitia absolútnej hodnoty.

Matematická indukcia.

1) Dokážte, že 1/2 nie je prirodzené číslo. (Návod: Dokážte, že každé prirodzené číslo je väčšie alebo rovné 1.)
2) Ak n je prirodzené číslo, tak aj $\dfrac{n(n+1)}{2}$ je prirodzené číslo. Dokážte to.
3) Ak n je prirodzené číslo, tak aj $\dfrac{n(n+5)}{2}$ je prirodzené číslo. Dokážte to.
4) Ak n je prirodzené číslo, tak aj $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6}$ je prirodzené ; číslo. Dokážte to.
5) Dokážte, že 3/2 nie je prirodzené číslo. (Návod: Dokážte, že pre každé prirodzené číslo n platí $n = 1$ alebo $n \geq 2$.)
6) Dokážte, že 10/3 nie je prirodzené číslo.
7) Dokážte, že. ku každému prirodzenému číslu n existuje práve jedno prirodzené číslo m

také, že $n = 2m$ alebo $n = 2m - 1$.

8) Dokážte, že ku každému prirodzenému číslu $n \neq 1$ existuje práve jedno prirodzené číslo m také, že $n = 2m$ alebo $n = 2m + 1$.

9) Dokážte, že ku každému prirodzenému číslu n existuje práve jedno prirodzené číslo m také, že $n = 2m$ alebo $n = 2m - 1$,

10) Ak n je prirodzené číslo a platí $n \neq 1$, $n \neq 2$, tak existuje práve jedno prirodzené číslo m také, že $n = 3m$ alebo $n = 3m + 1$ alebo $n = 3m + 2$.

11) Číslo $n\dfrac{n^2+3n+5}{3}$ je prirodzené pre každé prirodzené číslo n. Dokážte to. Nájdite také prirodzené číslo n, že $\dfrac{n^2+3n+5}{3}$ nie je prirodzené číslo.

12) Nech m je také celé číslo, že $m > 1$. Ukážte, že $\dfrac{1}{m}$ nie je celé číslo. (Návod: Existuje celé číslo $c$také, že $c < \dfrac{1}{m} < c + 1$.)