Katolícka univerzita v Ružomberku

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Pierre de Fermat a jeho prínos pre matematiku

Seminárna práca *Pavla Zuzčáka* z predmetu História matematiky.

Ružomberok 2008

Na prelome 16. A 17. storočia astronómovia Kopernik, Galilei, Kepler používali na výpočty vzdialeností vo vesmíre nekonečne veľké veličiny alebo ich prevrátené hodnoty, nekonečne malé veličiny. Na rozvoji pojmu nekonečne malej veličiny má hlavnú zásluhu Galilei, ale ani Keplerov prínos nie je zanedbateľný. V prvej etape vývoja náuky o infinitezimálnom počte sa jej ťažisko nachádzalo v Taliansku, no postupne sa presúvalo do Francúzska. Stalo sa tak najmä zásluhou René Descartesa (1596-1654) a Pierra Fermata (1601-1665). Ďalší rozvoj infinitezimálneho počtu totiž umožnil objav analytickej geometrie, ktorý Descartes pod názvom *Geometria* uverejnil ako dodatok k filozofickému dielu *Discourse de la methode* (Rozprava o metóde).

Descartes študoval na jezuitskom kolégiu La Fleche, čo bola jedna z najlepších francúzskych škôl. V rámci svojej vojenskej kariéry sa údajne zúčastnil aj bitky na Bielej hore. Väčšinu života prežil v Holandsku. Rok pred smrťou prijal pozvanie švédskej kráľovnej do Štokholmu, kde zomrel na zápal pľúc. Preslávil sa ako racionalistický filozof. Pre matematiku urobil dve významné veci: Prvou je možnosť algebraizácie geometrie. Dovtedy prevládala geometria a aj algebraické pojmy sa vyjadrovali geometricky. Druhou vecou je možnosť zachytenia pohybu cez premenné veličiny. Karteziánska súradnicová sústava bola síce pomenovaná podľa Descartesovho latinského mena Cartesius, ale mala by byť pomenovaná podľa Fermata, toulouskeho súdneho radcu.

Pierre de Fermat sa narodil 17. Augusta 1601 v Beaumont-de-Lomagne vo Francúzsku.

Obrázok 1: Pierre de Fermat

Bol to vsetranne nadaný človek a vynikajúci sudca. Ovládal veľa jazykov a bol expertom pri vydávaní gréckych klasikov. Celý život bol tak zaneprázdnený, že ani raz v živote sa nedostal do Paríža, celý život prežil v Toulouse. Roku 1629 napísal prácu *Úvod do štúdia rovinných a priestorových kriviek* v ktorej ešte pred Descartesom vybudoval analytickú geometriu v rovine. Skutočnosť, že Descartes zatienil Fermata spočíva asi v tom, že Fermat svoje práce nepublikoval. Oznamoval ich len listom svojim priateľom a známym. Príčinou môže byt aj nová, vhodnejšia symbolika, ktorú zaviedol Descartes a tiež aj to, že Descartes svoju metódu prezentoval ako všeobecnú metódu na riešenie všetkých matematických úloh.

Tomu, že Fermat písal listy vďačíme aj za jeden z najslávnejších problémov teórie čísel a to dokaz platnosti Fermatovej veľkej vety. Veľká Fermatova veta znie nasledovne: **Nejestvujú celé čísla *x*, *y* a *z* väčšie ako nula, pre ktoré by platilo $x^n + y^n = z^n$, kde *n* je prirodzené číslo väčšie ako 2.**

Túto vetu si poznačil na okraji knihy *Arithmetika* od Diofanta pri Pytagorovej vete v tejto podobe: „*Nie je možné rozdeliť kocku do dvoch kociek, či štvrtú mocninu do dvoch štvrtých mocnín alebo všeobecne akúkoľvek mocninu vyššiu ako druhú do dvoch rovnakých mocnín. Objavil som naozaj taký zvláštny dôkaz, že tento okraj knihy je primalý na to, aby sa tam vošiel“.* Hoci Fermat tu tvrdí, že pozná dôkaz dodnes sa ho nepodarilo


Arithmeticorum Lib. II. 85

tervallo quadratorum, & Canones iidem hic etiam locum habebunt, vt manifestum est.

QVÆSTIO VIII.

PROPOSITVM quadratum diuidere in duos quadratos. Imperatum sit vt 16. diuidatur in duos quadratos. Ponatur primus 1 Q. Oportet igitur 16 - 1 Q. æquales esse quadrato. Fingo quadratum à numeris quotquot libuerit, cum defectu tot vnitatum quot continet latus ipsius 16. esto à 2 N. - 4. ipse igitur quadratus erit 4 Q. + 16. - 16 N. hæc æquabuntur vnitatibus 16 - 1 Q. Communis adiiciatur vtrimque defectus, & à similibus auferantur similia, fient 5 Q. æquales 16 N. & fit 1 N. [illegible] Erit igitur alter quadratorum [illegible]. alter verò [illegible]. & vtriusque summa est [illegible] seu 16. & vterque quadratus est.

QVÆSTIO IX.

RVRSVS oporteat quadratum 16. diuidere in duos quadratos. Ponatur rursus primi latus 1 N. alterius verò quotcunque numerorum cum defectu tot vnitatum, quot constat latus diuidendi. Esto itaque 2 N. - 4. erunt quadrati, hic quidem 1 Q. ille verò 4 Q. + 16. - 16 N. Cæterum volo vtrumque simul æquari vnitatibus 16. Igitur 5 Q. + 16. - 16 N. æquatur vnitatibus 16. & fit 1 N. [illegible] erit ergo primi latus [illegible].

nájsť.

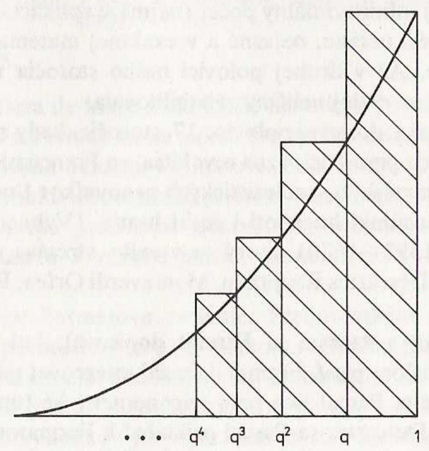
Obrázok 2:Strana 85 z Diofantovej knihy Arithmetica (vyd. 1621). Práve na strane 85 napísal Fermat svoje tvrdenie.

Vieme s určitosťou, že Fermat vetu dokázal pre n=4, ale pre iné n pravdepodobne nie. Počas nasledujúcich storočí sa podarilo dokázať niektoré ďalšie zvláštne prípady vety. Prípad *n* = 4 našiel vo Fermatovej pozostalosti matematik Leonhard Euler a pomocou komplexných čísel dokázal platnosť vety pre *n* = 3. Na základe jeho prác sa podarilo rozšíriť platnosť vety pre *n* rovné všetkým násobkom čísel 3 a 4 (3, 6, 9, ...; 4, 8, 12, ...). Roku 1825 rozšírili platnosť vety Peter Gustav Lejeune-Dirichlet a Adrien-Marie Legendre pre *n* = 5 a roku 1839 dokázal platnosť vety Gabriel Lamé aj pre *n* = 7. Definitívny dôkaz pokrývajúci Fermatovo tvrdenie v celej jeho všeobecnosti získal až britský matematik Andrew Wiles roku 1994. Ide o jeden z najzložitejších matematických dôkazov v dejinách matematiky. Bližšie o Veľkej Fermatovej vete a jej riešení vyšla v českom preklade kniha Simon Singh: *Veľká Fermatova veta,* (Academia, 2000).

Vďaka Fermatovym listom sa nám zachoval aj jeden z prvých matematických sporov: medzi Fermatom a Descartesom. Išlo o to, že Descartes odmietal Fermatovu prácu o hľadaní maxím a miním, pritom tato práca kladie základy diferenciálneho počtu a rieši stále aktuálnu problematiku. Diferenciálny počet (hľadanie maxím, miním, dotyčníc) sa vyvíjal nezávisle od integrálneho poctu. Ich súvis bol objavený až oveľa neskôr (Newton-Leibnizova formula). Keďže Fermat sa zaoberal oboma disciplínami, možno predpokladať že poznal aj súvis medzi nimi. Newton-Leibnitzovu formulu mohol poznať alebo aspoň tušiť.

<u>Fermatova kvadratúra paraboly:</u>

Fermat vzal ľubovoľné číslo $q\epsilon(0,1)$ a zostrojil postupnosť 1, q, q^2,q^3,.... . Okolo krivky $y= x^2$ ($x\epsilon$ ‹0, 1›) opísal nekonečné množstvo obdĺžnikov s výškami rovnajúcimi sa funkčným hodnotám funkcie $y= x^2$ v bodoch 1, q, q^2, q^3, ..., teda s číslami 1, q^2, q^4, q^6, ... a so šírkami rovnajúcimi sa rozdielom súradníc bodov 1, q, q^2,q^3,...., teda s číslami 1-q, q-q^2, q^2-q^3, q^3-q^4,.... Súčet obsahov týchto obdĺžnikov je $1.(1-q)+q^2(q-q^2)+q^4(q^2-q^3)+q^6(q^3-q^4)+...=1-q+q^3(1-q)+q^6(1-q)+q^9(1-q)+...= \frac{(1-q)}{1-q^3} = \frac{1-q}{(1-q)(1+q+q^2)} = \frac{1}{1+q+q^2}$. Ak sa teraz priblížime s číslom q k jednotke, podiel $1/(1+q+q^2)$ sa bude blížiť k



Obr. 3.11

$\frac{1}{3}$.

Všimnime si, že Fermatov prístup je založený na pojme limity, aj keď len intuitívnom. Nepoužíval nekonečne malé veličiny, obdĺžniky s nekonečne malou šírkou (vtedy používané). Niečo podobného pozorujeme už u Archimeda. V ďalšom vývine intezifimálneho počtu boli použité oba prístupy pomocou limít i pomocou nekonečne malých veličín. Presná teória limity vznikla v 19 storočí, potom sa pojem nekonečne malých veličín prestal v matematike používať ako pojem logicky sporný až nepotrebný. Svoje miesto si našiel vo fyzike, na nej založených technických disciplínach i pravdepodobnosti. Nekonečne malé veličiny rehabilitovala až v polovici 20. Storočia neštandardná analýza.

Fermat si dopisoval i s Blaisom Pascalom (dva listy v roku 1954). Spolu riešili takéto dve úlohy: *1. Koľkokrát treba hodiť dve kocky, aby pravdepodobnosť toho, že aspoň raz padnú 2 šestky bola väčšia ako pravdepodobnosť toho, že nepadnú ani raz?* Preložené do súčasnej pravdepodobnosti treba nájsť také najmenšie prirodzene číslo n aby platilo $1-(\frac{35}{36})^n › (\frac{35}{36})^n$

teda $(\frac{35}{36})^{24} < \frac{1}{2}$. Stačí dosadiť n=25, lebo $(\frac{35}{36})^{25}$ = 0,494468. N=24 nestačí, lebo $(\frac{35}{36})^{24}$= 0.508596.

2. Hrajú dvaja rovnako dobrý hráči, pričom jednotlivé 4 partie sa nemôžu ukončiť remízou. Zápas musia predčasne ukončiť v momente, kedy prvému chýbajú k celkovému víťazstvu 2 víťazné partie, druhému 3. V akom pomere si majú rozdeliť stávku? Fermat si uvedomil, že v nasledujúcich štyroch partiách by sa už o všetkom rozhodlo. Keby prvý hráč nezískal potrebne 2 víťazstva, získal by len jedno alebo žiadne. V tomto prípade by druhy hráč vyhral 3 alebo 4 partie, a teda aj celkovo. Všetkých možných výsledkov pri 4 partiách je $16=2^4$ (AAAA, AAAB, AABA, ABAA, BAAA, AABB, ABAB, BAAB, ABBA, BABA, BBAA, ABBB, BABB, BBAB, BBBA, BBBB, A- prvý hráč, B- druhy hráč). Druhy hráč výhra len v prípade, že nastane jedna z posledných piatich možností, v ostatných 11 prípadoch zvytazi prvý hráč, preto treba stávku rozdeliť v pomere 11:5 v prospech prvého hráča.

Fermat správne uvažuje o dvoch štvoriciach BBBA resp. BBBB, hoci už po trojici BBB je jasne, že B vyhral a hra konci. Správne riešenie totiž vyžaduje uväzovať všetky možné štvorice.

Fermat zomrel 12 januára 1666 v Castries. Hoci bol vo vede amatér (občianske povolanie - právnik), Celkovo sa zaslúžil o rozvoj matematiky v niekoľkých oblastiach:

<u>Teória čísel</u> – patrí k spoluzakladateľom odboru v jeho modernej podobe a získal niekoľko dôležitých poznatkov. Známa je predovšetkým tzv. Veľká Fermatova veta. Tú dokázal až Andrew Wiles roku 1994. Fermat tvrdil, že jej dôkaz pozná. Pravdepodobne sa však mýlil, pretože všetky pokusy o jednoduchý dôkaz stroskotali, zatiaľ čo Willesov dôkaz predpokladá obrovské množstvo poznatkov získaných až v priebehu 19. a 20. storočia.

<u>Teória pravdepodobnosti</u> – spolu s Pascalom sa považuje za spoluzakladateľa odboru, ktorý zahájili úvahami o pravdepodobnosti výhry v hazardných hrách.

<u>Matematická analýza a analytická geometria</u> – objavil okrem iného metódu hľadania extrému krivky, ktorá je priamym predchodcom neskorších výsledkov diferenciálneho a integrálneho počtu.

Literatúra: Znám Štefan a kol.: *Pohľad do dejín matematiky,* ALFA Bratislava 1986

http://sk.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat (obrázky)

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Fermat.html