

Katolícka univerzita v Ružomberku
Pedagogická fakulta

Teória hier
(História matematiky)

Peter Zachar
M – Nv
4.ročník

Teória hier

Pôvodným impulzom pre rozvoj teórie hier bola analýza bežných spoločenských a hazardných hier. Táto problematika sa sporadicky objavovala v prácach matematikov už od 17. storočia.

Teória hier (po anglicky *Game Theory*) je odvetvím aplikovanej matematiky. Používa modely na skúmanie interakcií s formalizovanou štruktúrou pohnútok („hier“). Teória hier skúma predpokladané a skutočné správanie sa jednotlivcov v hrách, rovnako ako aj optimálne stratégie. Zdanlivo odlišné typy interakcií sa môžu prejavovať podobnými štruktúrami pohnútok, takže všetky môžu byť reprezentované ako príklady jednej konkrétnej hry.

John von Neumann a Oskar Morgenstern ako prví formalizovali túto tému v roku 1944 v ich knihe *Teória hier a ekonomické správanie (Theory of Games and Economic Behavior)*. Dôležité aplikácie teórie hier nájdeme v oblastiach ako operačná analýza, ekonómia, medzinárodné vzťahy, evolučná biológia, vojenská stratégia, kolektívne správanie, politológia a psychológia. Je úzko spätá s ekonómiou v tom zmysle, že sa snaží nájsť racionálne stratégie v situáciách, kde výsledok nezávisí len od našej stratégie a „podmienok na trhu“, ale aj od stratégií zvolených ostatnými hráčmi. Ciele jednotlivých hráčov môžu byť rozdielne, ale môžu sa aj prekrývať. Aplikácie vo vojenskej stratégii do istej miery prispeli k rozvoju teórie hier v jej začiatkoch. Teória hier hrá čoraz dôležitejšiu úlohu v logike a v informatike. Niekoľko logických teórií má základ v sémantike hier. Informatici používajú hry na modelovanie interaktívnych výpočtov. Výpočtová logika sa snaží vyvinúť komplexnú formálnu teóriu (logiku) interaktívnych výpočtových úloh a zdrojov tak, že tieto entity formalizuje ako hry medzi výpočtovým agentom (činiteľom) a jeho okolím. Analýza teórie hier sa môže vzťahovať na jednoduché zábavné hry alebo na závažnejšie aspekty života a spoločnosti. Väznova dilema, ktorú spopularizoval matematik Albert W. Tucker, poskytuje príklad použitia teórie hier v bežnom živote – má mnoho implikácií pre charakter ľudskej kooperácie. Biológovia používajú teóriu hier na pochopenie a predpovedanie určitých výsledkov evolúcie. Príkladom je koncept evolučne stabilnej stratégie, ktorý uviedli John Maynard Smith a George R. Price v roku 1973 v časopise *Nature*. Analytici hier bežne používajú v spojení s teóriou hier aj ostatné odvetvia matematiky, predovšetkým pravdepodobnosť, štatistiku a lineárne programovanie.

Teória hier sa snaží popísať racionálne správanie dvoch alebo viacerých aktérov v situácii, keď sú ich záujmy v konflikte. Aktér volí v hre určitú STRATÉGIU, ktorá mu má priniesť víťazstvo. Stratégia je termín, ktorým sa pôvodne označoval racionálny a dlhodobý spôsob vedenia vojny. V bežnom jazyku má však slovo stratégia oveľa širší význam. O stratégiu dnes bežne hovoríme v športových hrách, v marketingu, či predvolebnej kampani. V teórii hier má stratégia podobne metaforický význam – ide o určitý vzorec jednania, presnejšie, o určitú sekvenciu krokov, ktoré podniká aktér hry a ktoré sú adresované protihráčovi.

Príklad stratégie: prstová hra MORRA
Ide o dávnu hru, ktorú poznali už v antike. V najjednoduchšej podobe ju hrajú dvaja hráči, ktorý súčasne ukážu buď jeden alebo dva prsty a spolu s tým nahlas odhadnú súčet. Ak sa obaja hráči trafia alebo obaja sa netrafia do súčtu, nikto nezískava bod. Ak jeden z hráčov sa trafí, získava toľko bodov, koľko predstavuje súčet. Každý hráč má štyri „čisté“ stratégie a štyri možnosti zisku, pokiaľ háda správne a jeho protihráč nesprávne:

- A) Odhaduje súčet 2 a ukazuje 1 prst: Získava 2 body, pretože protihráč ukazuje 1 prst a háda 3 (nesprávne)
- B) Odhaduje súčet 3 a ukazuje 1 prst: Získava 3 body pretože protihráč ukazuje 2 prsty a háda 4 (nesprávne)
- C) Odhaduje súčet 3 a ukazuje 2 prsty: Získava 3 body pretože protihráč ukazuje jeden prst a háda 2 (nesprávne)
- D) Odhaduje súčet 4 a ukazuje 2 prsty: Získava 4 body pretože protihráč ukázal 2 prsty a háda 3 (nesprávne)

Otázka za milión je, ktorá z týchto stratégií je najlepšia. Odpoveď je – žiadna čistá stratégia nie je dobrá, ale kombinovaná stratégia, ktorá vznikne „namiešaním“ čistých stratégií v určitom presnom pomere. Matematicky sa dá vypočítať tento pomer, v ktorom je treba „namiešať“ čisté stratégie. Víťazná stratégia je pomer 7:5 a týka sa „namiešania“ stratégií B a C.

Víťazná stratégia je takýto vzorec správania: nestaraj sa o stratégiu A a D a hraj stratégie B a C v pomere 7:5. Konkrétne to znamená: hovor vždy tri ako svoj odhad súčtu a na dvanásť kôl ukáž 7-krát jeden prst a 5-krát dva prsty.

Ešte jeden príklad:

Vezmite si, napríklad, dvoch podozrivých z vlámania. Policajti ich dajú do oddelených ciel, bez možnosti komunikovať, a každému ponúknu dohodu. Prvý, ktorý všetko prizná, a teda obviní svojho komplica, dostane nižší trest. Ak podľahne len jeden, tak potom obíde zradca najlepšie – dostane len rok za vlastníctvo kradnutej veci, zatiaľ čo jeho bývalý kolega dvanásť rokov za vlámanie. Ak ani jeden z väzňov neprijme ponuku, orgány nebudú mať dostatok dôkazov, aby ich obvinili z vážnejších zločinov. Každý z nich dostane len dva roky za vlastníctvo kradnutej veci. Ak sa však priznajú obaja, a tým sa obvinia navzájom, dostanú po sedem rokov.

Vitajte vo väzňovej dileme. Ak Joe uhádne, že Sam zradí, potom, aby sa vyhol dvanástim rokom, zaspieva radšej tiež. Ak bude mať rovnaké podozrenie Sam, urobí to isté. Výsledok – obaja zostanú za mrežami sedem rokov.

Keby si len mohol byť Joe istý, že Sam bude ticho, sám by veľmi rád prehovoril (predpokladajme, že medzi zloďmi neexistuje niečo ako česť). Dostal by tak rok a Sam dvanásť. Ak by si bol Sam istý, že ticho bude Joe, premýšľal by rovnako. A prehovoril by.

V každom prípade, najlepšia individuálna stratégia, a teda Nashovo ekvilibrium (John Nash – objavil koncept pre Teóriu hier), je priznať sa. No ak obaja budú konať „iracionálne“ (veriť tomu druhému) a ostanú ticho, získajú ten najlepší spoločný výsledok – po dva roky každý.

Vidíme, že byť sebecký a potopiť ostatných je veľmi veľké pokušenie, ale aj história nám ukazuje, že je možné byť aj charakter. Ešte jeden príklad na záver ☺

Veľká časť Prvej svetovej vojny prebiehala v zákopoch. Na západnej fronte medzi zakopanými Nemcami a Britmi však vznikol tichý dohovor o vzájomnom neútočení. Bojujúce strany prestali zo zákopov na seba strieľať. Vznikol rafinovaný systém komunikácie medzi protivníkmi a systém trestania "čiernych pasažierov", teda porušení tejto tichej dohody. Generáli na oboch stranách sa spočiatku márne snažili rozkazmi donútiť vojakov strieľať po sebe. Nakoniec sa im to podarilo tak, že povolali do zákopov jednotky z vnútrozemia. Tým sa prerušilo jemné pradivo vzájomnej komunikácie medzi opačnými stranami fronty, krehká rovnováha a systém "spadol" do stabilného režimu vzájomného ostreľovania.