

KATOLÍCKA UNIVERZITA
PEDAGOGICKÁ FAKULTA
Katedra matematiky

Teória čísel

Seminárna práca Slávy Vyletlovej napísaná pod vedením doc. RNDr. Štefana Tkačika PhD.

Ružomberok
2008

Obsah

1. Teória čísel

1.1. Poddisciplíny

1.1.1. Elementárna teória čísel

1.1.2. Analytická teória čísel

1.1.3. Algebraická teória čísel a aritmetická geometria

2. Historický vývoj

2.1. Teória čísel v antike a stredoveku

3. Číselná sústava

3.1. Dejiny

1. Teória čísel

Teória čísel je jednou z disciplín diskkrétnej matematiky zaoberajúca sa vlastnosťami čísel vo všeobecnosti a zvlášť celými číslami, ako aj širším rozsahom problémov súvisiacich so štúdiom čísel. Je možné ju ďalej rozdeliť do poddisciplín vzhľadom na používané metódy a typy riešených úloh.

1.1. Poddisciplíny

1.1.1. Elementárna teória čísel

Od antiky do 17. storočia sa teória čísel zaobišla bez iných matematických disciplín. Jej jediné pomôcky boli vlastnosti celých čísel, obzvlášť rozdelenie čísel na prvočísla, deliteľnosť a počítanie s kongruenciami. Dôležité výsledky, ktoré sa dajú dosiahnuť s pomocou elementárnych metód, sú malá Fermatova veta a jeho zovšeobecnenie Eulerova veta, Čínska zvyšková veta, Wilsonova veta a Euklidov algoritmus.

1.1.2. Analytická teória čísel

Leonhard Euler si ako prvý všimol, že sa dajú metódy analýzy a teórie funkcií použiť na riešenie úloh teórie čísel. Dôležité problémy, ktoré boli vyriešené analytickými metódami, sú napríklad Gaußova prvočíslková veta a Dirichletova veta o prvočíslach v aritmetických progresiách. Okrem toho slúžili analytické metódy dôkazu o transcendentosti čísel π a e .

1.1.3. Algebraická teória čísel a aritmetická geometria

A.) Algoritmická teória čísel

Algoritmická teória čísel sa zaoberá s tým, ako sa dajú problémy z teórie čísel riešiť algoritmicky. Dôležité otázky sú, či je veľké číslo prvočíslo, zfaktorizovanie veľkých čísel a spočítanie diskrétného logaritmu

2. Historický vývoj

2.1. Teória čísel v antike a stredoveku

Prvé písomné dôkazy z teórie čísel sú zhruba z roku 2000 pred naším letopočtom. Egypťania a Babylončania už poznali čísla menšie než milión, štvorce a zopár pytagorských trojíc. Systematický vývoj začal však až v prvom tisícročí pred naším letopočtom v antickom

Grécku. Vynikajúci predstaviteľ je Euklides (zhruba 300 pred n.l.), ktorý preniesol Pytagorovu metódu matematického dôkazu do teórie čísel. Jeho najslávnejšie dielo, Euklidove elementy, sa do 18. storočia používalo ako štandardná učebnica pre geometriu a teóriu čísel. Zväzky 7, 8 a 9 sa zaoberajú otázkami teórie čísel, ako napríklad definíciou prvočísla, Euklidovho algoritmom (na výpočet najväčšieho spoločného deliteľa) a dôkazom, že existuje nekonečne veľa prvočísel (Euklidova veta). V roku 250 pred n.l. sa zaoberal matematik Diofantos neskôr s rovnakomennými rovnicami. Jeho hlavné dielo je Arithmetica. Gréci kládli zaujímavé otázky, z ktorých niektoré nie sú vyriešené dodnes (napr. problém prvočíselných dvojíc, dokonalých čísel alebo trojuholníkových čísel) alebo ktorých riešenie trvalo tisíce rokov. So zánikom gréckych štátov skončila aj doba, v ktorej teória čísel v Európe kvitla. Z tohto času je menovateľný iba Leonardo di Pisa (Fibonacci, zhruba 1200 n.l.), ktorý sa zaoberal okrem číselnými radami aj riešením rovníc. Na konci stredoveku objavil Marin Mersenne tzv. Mersennove prvočísla

3. Číselná sústava

Číselná sústava je spôsob, akým sú zapisované čísla pomocou znakov (nazývaných cifry). Podľa spôsobu určenia hodnoty čísla z daného zápisu rozlišujeme dva hlavné druhy číselných sústav: pozičné číselné sústavy a nepozičné číselné sústavy. V minulosti sa však tiež používali spôsoby zápisu, ktoré boli kombináciou oboch typov. Dnes sa používajú väčšinou pozičné sústavy.

3.1. Dejiny

Prírodnou pomôckou na vyjadrenie počtu boli odjakživa prsty na rukách a na nohách človeka. Bohužiaľ nestačili na vyjadrenie väčšieho počtu ako 20. Preto sa osvedčili zárezy do stien jaskýň starovekých lovcov, neskôr do hlinených doštičiek. Tu sa ale objavil ďalší problém: ak bolo čiar veľmi veľa, boli veľmi ťažko spočítateľné. Preto sa zaviedli špeciálne symboly pre označenie určitého počtu menších značiek (napr. Mayovia používali na označenie jednotiek bodku, na označenie päťíc - prsty jednej ruky - vodorovnú čiaru, na označovanie počtu 20 - prsty na celom tele - zvislú čiaru. Potom napr. číslo 52 zapísali ako .

Egyptania neskôr zaviedli znaky pre oveľa väčšie čísla (100, 1 000 ...) ako aj pre zlomky ($1/3$, $1/10$...).

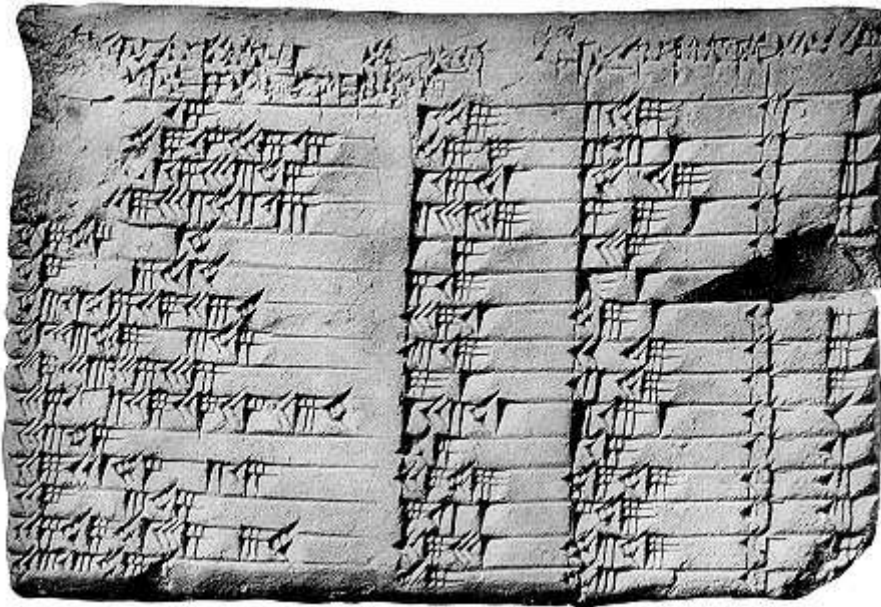
Snahu Rimanov o skrátený zápis čísel poznajú aj dnešné generácie: napr. číslo 4 - IV, číslo 10 - X, číslo 48 - XLVIII, číslo 100 - C, 500 - D, 1000 - M. Ale matematické operácie s takto zapísanými číslami boli ťažko vykonateľné.

Ukázalo sa, že je výhodnejšie zapisovať cifry od 1 po 9 špeciálnymi znakmi a ich pozíciou vo výslednom zápise čísla vyjadriť desiatky, stovky, tisícky ...

To dalo základ vzniku pozičných číselných sústav. Bol to objav starovekých Indov koncom 7. storočia, ktorí zaviedli aj zápis pre číslo nula, cifier bolo teda 10, a tak dali základ desiatkovej číselnej sústave.

Zápis cifier, ako ich poznáme dnes, zaviedli Arabi, ktorí len poopravili Indskú myšlienku.

Dvanástková sústava Sumerov je dávaná do súvislosti s šesťprstou ľudskou rasou, ktorá sa môže byť vyskytuje v mýtoch rôznych národov. Druhým možným dôvodom existencie tejto sústavy jednoduchšie delenie čísel na tretiny oproti desiatkovej sústave.



[[An image at higher resolution](#)]

Bibliografia

<http://sk.wikipedia.org/wiki/Euklides>

<http://www.math.ubc.ca/~cass/courses/m446-03/pl322/pl322.html#read>