**Katolícka univerzita v Ružomberku**

**Pedagogická fakulta**

# EUKLIDOVA GEOMETRIA

(Seminárna práca z Histórie matematiky)

**2006/2007** **Mária Veselá**

**4. roč., M - Nv**

# EUKLIDOVA GEOMETRIA

Počnúc 8.storočím pred naším letopočtom až po začiatok nášho letopočtu začína sa najpozoruhodnejšie vyvíjať geometria, a to prácami gréckych učencov žijúcich v 4.a 5.storočí pred naším letopočtom. Na začiatku 3.storočia už mali Gréci bohaté geometrické vedomosti, ktoré bolo treba zhrnúť a usporiadať do nejakého systému.

| | |
|---|---|
| **Narodenie** | asi 325 pred Kr. |
| **Úmrtie** | 265 pred Kr. |

V tomto smere urobil veľký krok vpred slávny starogrécky matematik ***Euklides*** **-** gr. **Εὐκλείδης** (Eukleidés), lat. **Euclides)** (asi 325 –265pred Kr.) bol starogrécky matematik. Študoval v platónskej akadémii v Aténach a neskôr pôsobil v Alexandrii. Vo svojom znamenitom diele *Základy (Στοιχεῖα/Stoicheia,* lat. *Elementa)* zhrnul vtedajšie geometrické poznatky v Grécku a obohatil ich i svojimi vlastnými geometrickými výsledkami. V tomto diele spresnil deduktívne chápanie matematiky, založené na definíciách, všeobecných pojmoch, t. j. na súhrne princípov, ktoré dnes označujeme ako *axiómy*, a na vzájomne od seba nezávislých postulátoch. Z Euklidových postulátov je najznámejší posledný, piaty, že bodom v rovine možno viesť len jednu rovnobežku k danej priamke: mnohí sa totiž tento postulát pokúšali odvodiť z predchádzajúcich.

Toto dielo *Základy* sa skladá z 13 kníh. Ich obsahom je predovšetkým štúdium geometrických útvarov v rovine a pokiaľ sa k tomu potrebujú čísla, tak aj náuka o celých (kladných) číslach a zlomkoch. Skúmanie sa prenáša i z roviny do priestoru a študujú sa vzájomné polohy i veľkosti plôch a objemov telies. V *Základoch* sa teda vysvetľujú základy planimetrie, stereometrie, aritmetiky a geometrickej algebry. Hlavnou osobitosťou *Základov* je v tom, že sú budované podľa jednotnej logickej schémy. „Knihy I – VI sú venované geometrii roviny. V prvej a druhej knihe rozoberá niektoré základné vlastnosti trojuholníkov, rovnobežiek, rovnobežníkov, obdĺžnikov a štvorcov. V nej sa nachádzajú známe Euklidove vety o výške. V tretej a štvrtej rozoberá problémy kružnice a kruhu a sú venované pytagorovému Bratstvu. Piata kniha je venovaná práci Eudoxa súmerateľnosti a nesúmerateľnosti matematických veličín. Šiesta kniha pojednáva o aplikáciách piatej knihy. Knihy siedma až deviata pojednávajú o teórií čísel. Nájdeme tam Euklidov algoritmus na nájdenie spoločnej miery dvoch úsečiek, ktorý neskôr využíva na nájdenie najväčšieho spoločného deliteľa dvoch čísel a vlastnosti geometrického radu. V desiatej knihe Základov načal tému iracionality, t.j. ukázal, že existuje číslo, ktoré sa nedá vyjadriť ako podiel dvoch celých čísel. XI – XIII knihe pojednáva o geometrii telies.“ (Tkačik, Grécka matematika II)

Euklidove *Základy* začínajú definíciami, postulátmi a všeobecnými pojmami. Charakter definícií u Euklida je rôzny. Často sú to definície *popisné* (napr.: prvá definícia prvej knihy: „Bod je to, čo nemá časť.“) stretávame sa s definíciami *slovnými* (napr. 19. definícia prvej knihy: „Priamkové útvary sú také, ktoré sú ohraničené priamkami.“) *genetickými*, ktoré ukazujú spôsob vzniku veci (napr.: 14. definícia z jedenástej knihy: „Guľa je útvar vymedzený tým, že sa okolo pevného priemeru polkruhu polkruh otočí, a vráti sa späť na to isté miesto, odkiaľ sa začal otáčať.“) a nakoniec *axiomatická definícia* , ktorá môže byť formulovaná v podobe axiómy (napr.: prvá definícia z tretej knihy: „Kruhy sú rovnaké, keď sú rovnaké ich priemery alebo polomery.“) definície sa nachádzajú v každej knihe, zatiaľ čo päť postulátov (to sú požiadavky kladené na konštrukciu niektorých jednoduchších útvarov) a deväť všeobecných pojmov čiže axióm (sú to všeobecne prijaté tvrdenia, ktoré si nevyžadujú dôkaz) sú umiestnených na začiatku celého diela v prvej knihe.

Konštrukcie, ktoré sú podľa postulátov prípustné sa dajú zostrojiť pomocou *pravítka* bez merania vzdialenosti a *kružidla*. Pravítko sa používa len k spojeniu dvoch bodov alebo k predĺženiu úsečky (pravítko bez značiek znemožňovalo používať metódu „vkladania“). Kružidlom bolo dovolené len opísať kružnicu daným polomerom z daného bodu – stredu kružnice, nie prenášať dané dĺžky. Postuláty „Základov“ sú postuláty ideálneho kružidla a pravítka. Požiadavky, ktoré vymedzujú požitie kružidla a pravítka súviseli s tým, že obidva tieto nástroje nahradili povraz pomocou ktorého sa pôvodne vytyčovala tak priamka ako i opisoval kružnica.

## Euklidove postuláty a axiomy

**Päť postulátov :**

*I. Každými dvoma bodmi možno preložiť priamku.*

*II. Každú časť priamky možno neobmedzene predĺžiť.*

*III. Z ľubovoľného bodu možno opísať kružnicu s ľubovoľným polomerom.*

Tieto postuláty predpokladajú, že kružidlo a pravítko sú ideálne, majú nekonečnú dĺžku a roztvorenie a tak dovoľujú viesť ideálne priamky alebo kružnice.

*IV. Všetky pravé uhly sú zhodné.*

*V. Bodom neležiacim na danej priamke možno viesť práve jednu rovnobežku s danou priamkou.*

**Axiómy**

V nich je rozpracovaný spôsob dokazovania rovnosti dvoch geometrických objektov. Dnes sú známe ako osem Euklidových zásad pre pochopenie toho, že dva dané objekty majú rovnakú veľkosť, prípadne, že jeden z nich má veľkosť väčšiu ako druhý:

*1. Veličiny tomu istému rovné sú navzájom rovné.* (ak A=B a B=C, tak A=C)

*2. Ak sa pridajú veličiny rovné k rovným, tak i celky sú rovné.* (ak A=B, tak A+C=B+C)

*3. Ak odoberieme od rovných rovné, zostávajúce časti rovné sú.* (ak A=B, tak A-C=B-C)

*4. Ak pridáme k nerovným rovné, celky sú nerovné.* (ak A≠B, tak A+C≠B+C)

*5. Dvojnásobky toho istého rovné sú navzájom.* (ak A=B, tak 2A=2B)

*6. Polovičky toho istého rovné sú navzájom.* (ak A=B, tak ½A=½B)

*7. Čo sa navzájom kryje, rovné navzájom je.* Euklides to chápal v tom zmysle, že útvary, ktoré sa pri položení na seba kryjú sú rovnako veľké, t.j. majú rovnaké plochy.

*8. Celok je väčší ako časť.*

## Euklidove vety

Ako **Euklidove vety** sa označujú dve matematické vety týkajúce sa pravouhlého trojuholníka.

***Euklidova veta o výške***

Obsah štvorca zostrojeného nad výškou pravouhlého trojuholníka spustenou na preponu sa rovná obsahu pravouholníka, ktorého strany sú úseky na prepone priľahlé k odvesnám.

$$v_c^2 = c_a . c_b$$

***Euklidova veta o odvesne***

Obsah štvorca zostrojeného nad odvesnou pravouhlého trojuholníka sa rovná obsahu obdĺžnika zostrojeného z prepony a úseku na prepone priľahlého k odvesne. Pre jednotlivé odvesny trojuholníka teda platí:

$$a_\Delta^2 = c.c_a$$

$$b_\Delta^2 = c.c_b$$

Po vyše dvetisíc rokov bolo prídavné meno „euklidovský“ zbytočné, pretože sme nepoznali žiadnu inú geometriu. Euklidove axiómy sa zdali tak intuitívne samozrejmé, že každá veta z nich dokázaná sa považovala za pravdivú v absolútnom zmysle. Na ďalší významný pokrok v geometrii si však ľudstvo muselo počkať jedno tisícročie. Týmto pokrokom bola analytická geometria, v ktorej definujeme súradnicové sústavy a body reprezentujeme usporiadanými n-ticami. Táto algebraická reprezentácia umožnila doslova fascinujúce veci a okrem iného dovoľuje skonštruovať celkom nové geometrie odlišné od štandardnej euklidovskej. Dnes však poznáme mnoho iných konzistentných formálnych geometrií, z ktorých prvé boli zostrojené v začiatkoch 19. storočia. V dnešnej dobe už ani nepovažujeme euklidovskú geometriu za tak samozrejmú pre popis fyzikálneho priestoru. Dôsledok Einsteinovej všeobecnej teórie relativity je, že euklidovská geometria je výborná aproximácia vlastností fyzikálneho priestoru, ale len v prípadoch, keď gravitačná sila nie je príliš silná.

**Zoznam bibliografických odkazov:**


http://sk.wikipedia.org/wiki/Euklides

Kolman, A: *Dějiny matematiky v starověku*, Nakladateľství Československej akademie věd, Praha, 1968.

Znám, Š. a kol.: *Pohľad do dejín matematiky.*, ALFA Bratislava, 1986,
Tkačik Š: *Grécka matematika II*