Katolícka univerzita v Ružomberku

Pedagogická fakulta

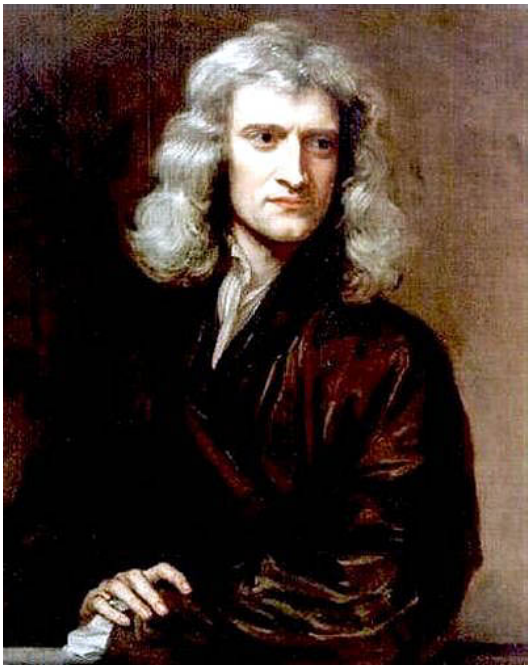
ISAAC NEWTON

2008/2009

Monika Toholová

Ma – Ge, 1 r. Mgr.

ISAAC NEWTON (1643-1727)



obraz Isaaca Newtona namaľovaný Godfreym Knellerom

zdroj: http://sk.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton, 26. 4. 2009

Isaac Newton bol jedným z najvýznamnejších vedcov v dejinách, zakladateľom modernej fyziky. Narodil sa v Linconlnshirskej dedinke Woolsthorpe 4.1. 1643. Jeho otec bol farmár a zomrel pred Isaacovým narodením. Ovdovelá matka sa onedlho druhý raz vydala a opustila Woolsthorpe, prenechajúc výchovu syna starým rodičom. Prvé vzdelanie dostal Newton v dedinskej škole v rodnom Woolsthorpe a ako dvanásťročný postúpil do školy v neďalekom Granthame. V škole sa naučil plynule hovoriť latinsky, čítať po grécky a trocha po hebrejsky. Ťažisko výuky sa sústreďovalo na dejiny náboženstva a štúdium Biblie. Newton ostal vášnivým čitateľom biblie po celý život. Roku 1661 opúšťa Grantham a odchádza na slávnu Trinity College v Cambridge. Prijali ho ako *subsizzara*, čiže študenta zarábajúceho si pomocnými prácami. Popri štúdiu rúbal drevo, kúril, upratoval a podobne. Jeho matka bola chudobná a nemohla mu platiť štúdiá.

Roku 1665 ukončil štúdiá univerzity s titulom bakalára umení, roku 1668 sa stal magistrom a roku 1669 mu jeho učiteľ Isaac Barrow, vidiac Newtonov talent, prepustil svoju katedru. Tak Newton vo veku 27 rokov nastupuje na *Lucasovu katedru* a stáva sa profesorom matematiky. Rok 1665 bol významným rokom v Newtonovom živote. Vypukla epidémia moru, na ktorú len v Londýne umrelo 100 000 ľudí. Mešťania hľadali útočište pred morom na vidieku, univertzity zatvorili. Newton sa uchýlil do Woolsthorpu, kde sa zdržal až do marca 1667. Za tieto dva morové roky Newton spravil svoje hlavné objavy v matematike a fyzike:

1. metódu riešenia úloh pomocou nekonečných radov
2. metódu fluxií
3. súvis medzi derivovaním a integrovaním
4. pohybový zákon mechaniky
5. zákon všeobecnej gravitácie
6. korpuskulárnu teóriu svetla

Aj keď základné objavy v analýze spravil Newton pred Leibnizom, svoje výsledky nepublikoval a matematické práce zverejnil až potom, ako sa stal slávnym ako fyzik. Pravdepodobne sa obával kritiky, ktorú si musel vytrpieť v súvislosti so svojou teóriou svetla. Podľa v tej dobe všeobecne prijímanej karteziánskej teórie, ktorú zastávali Huygens a Hooke, svetlo pozostáva z jednotných bielych kmitov. Farby vznikajú len v hranole, pod pôsobením látky hranola. Vychádzali pritom z analógie so zvukom. Tu sa tiež tón rodí až na mieste vybudenia, a je absurdné predpokladať, že existoval už predtým, schovaný niekde v mechu orgánu, alebo v strune huslí. Newton naopak predpokladal, že biele svetlo je zmesou rôznofarebných lúčov a interakcia svetla s látkou vedie len k oddeleniu jednotlivých farieb. Na overenie svojho názoru vymyslel množstvo dômyselných experimentov a keď žiaden pokus neodporoval jeho hypotéze, začal jej skalopevne veriť. Preto ho hnevalo, že znalci ako Hooke či Huygens neboli ochotní jeho teóriu uznať a mali k nej rôzne výhrady. Dokonca si dovolili takú bezočivosť, že jeho teóriu označili za hypotézu.

Táto skúsenosť spôsobila, že Newton dlho váhal so zverejňovaním svojich objavov a publikoval ich až vtedy, keď si bol úplne istý. Už nikdy nezopakoval svoj postup z optiky, kde predstúpil pred verejnosť krátko po objave vo verejných prednáškach roku 1669. Preto aj keď hlavné objavy Newton uskutočnil počas dvoch morových rokoch 1665-67, ich zverejnenie sa uskutočnilo omnoho neskôr.

1687 - *Philosophiae naturalis principia mathematica*

1704 - *Optika - traktát o odrazoch, lomoch, ohyboch a farbách svetla*

1704 - *O kvadratúre kriviek* (dodatok k Optike)

1707 - *Arithmetica universalis*

1711 - *Analýza pomocou rovníc s nekonečným počtom členov*

1728 - *Prednášky z optiky, prednesené vo verejnej škole Univerzity v Cambridge r. 1669*

1736 - *Metóda fluxií a nekonečných radov s ich aplikáciou ku geometrii kriviek*

Roku 1668 Newton zhotovil teleskop - reflektor, ktorého dĺžka tubusu bola 15 cm a priemer zrkadla 2,5 cm. Napriek pomerne malým rozmerom dával teleskop 40 násobné priblíženie. Jeho hlavnou prednosťou však bolo odstránenie chromatických chýb. Roku 1671 Newton zhotovil veľký zrkadlový teleskop , ktorý daroval kráľovi. Kráľ pozval na prehliadku teleskopu členov Kráľovskej spoločnosti pre rozvoj poznania (založenej roku 1662). Teleskop spravil na nich veľký dojem a tak 11. 1. 1672 zvolili Newtona za svojho člena. Väčšina v súčasnosti používaných veľkých teleskopov sú práve reflektory. Roku 1703 bol zvolený za prezidenta Kráľovskej spoločnosti a v tejto funkcii zotrval až do svojej smrti. Roku 1705 bol kráľom povýšený do šľachtického stavu.

V nasledujúcich rokoch už Newton nové objavy neurobil. Venoval sa riadeniu života Kráľovskej spoločnosti a vydávaniu svojich diel. Posledné roky života Newton zasvätil teologickým otázkam. Umiera 31. 3. 1727 vo veku 85 rokov. Pochovaný je vo Westminsterskom opátstve v Londýne. Zaujímavú časť Newtonowho diela tvoria jeho alchymistické bádania, ktorým sa venoval po dobu celého života, z ktorých však nič nezverejnil. Newton veril v možnosť transmutácie prvkov. Poznámky a úvahy o alchymistických pokusoch tvoria značnú časť jeho písomnej pozostalosti.

replika Newtonového ďalekohľadu z roku 1672 pre Kráľovskú spoločnosť

zdroj: http://sk.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton, 26. 4. 2009

Newtonov hrob vo Westminsterskom opátstve

zdroj: http://sk.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton, 26. 4. 2009

Newtonova teória fluxií fluent

Newton považoval krivku $f(x, y) = 0$ za množinu priesečníkov dvoch pohybujúcich sa priamok, vertikálnej a horizontálnej. Súradnice x a y pohybujúceho sa bodu sú potom funkciami času t, ktoré udávajú polohu vertikálnej a horizontálnej osi. Pohyb bodu je tak zložený z horizontálneho pohybu s rýchlosťou $\dot{x}$ a vertikálneho pohybu s rýchlosťou $\dot{y}$. Vektor rýchlosti dostaneme ako vektorový súčet vertikálnej a horizontálnej komponenty, a teda sklon dotyčnice krivky je

$$tg(\alpha) = \frac{\dot{x}}{\dot{y}}.$$

Newton pojem fluxie $\dot{x}$ nedefinuje, ale považuje ho za intuitívne jasný fyzikálny pojem.

Newtonovým prvým problémom bolo nájsť vzťah medzi fluxiami $\dot{x}$ a $\dot{y}$, ak poznáme vzťah $f(x, y) = 0$ medzi fluentami x a y. Jeho idea bola, že počas nekonečne krátkeho časového intervalu o je každý pohyb v podstate lineárny, preto fluenty x a y sa za dobu o zmenia na $x + \dot{x}o$ respektíve na $y + \dot{y}o$. Preto keď predpokladáme, že vzťah $f(x, y) = 0$ má podobu polynómu, môžeme doň dosadiť

$$\sum a_{ij}(x + \dot{x}o)^i (y + \dot{y}o)^j = 0$$

Po roznásobení, využití, že $\sum a_{ij} x^i y^j = 0$ a zanedbajúc členy obsahujúce o^2 dostaneme

$$\sum a_{ij}(ix^{i-1} y^j \dot{x} + jx^i y^{j-1} \dot{y}) = 0$$

Napríklad, pre fluentu $y = x^2$ Newton vypočítal jej fluxiu takto: vzal nekonečne malú veličinu *o*. Za čas, za ktorý za x zmení na $x + o$, sa veličina x^2 zmení na $y + o\dot{y} = (x + o^2)$, teda

$$y + o\dot{y} = (x + o^2) = x^2 + 2xo + o^2$$

pretože $y = x^2$, dostávame $\dot{y} = 2x + o$

Ale veličina *o* je nekonečne malá, preto ju škrtneme a dostaneme fluxiu $\dot{y} = 2x$.

Newton riešil problém kvadratúry. Už Archimedes vedel, že parabola $y = x^2$ vytvorí s úsečkami $y = 0$, $x = 1$ útvar s obsahom 1/3 (obr. 3. 14). Ako to dať do súvisu s fluxiami fluent $y = x^n$, ktoré sú $\dot{y} = nx^{n-1}$?

Problém vyriešila táto myšlienka: zoberme meniaci sa obsah ako fluentu v závislosti od dĺžky x (obr. 3. 15). Tento obsah nech je $z = x^3/3$. Ak zmeníme x na $x + o$, tak z sa zmení na $z + ov$

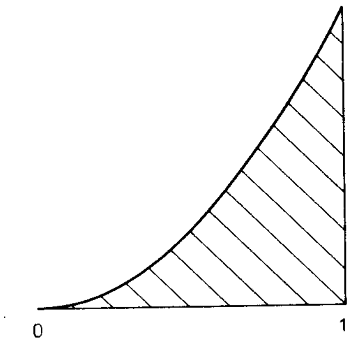
alebo na $z + oy$ ($y = BC$, $v = EF$, pričom obsah BEFD = obsahu BEGC).

Preto $z + oy = 1/3(x + o)^3 = 1/3\, x^3 + 3x^2o/3 + 3xo^2/3 + o^3/3$

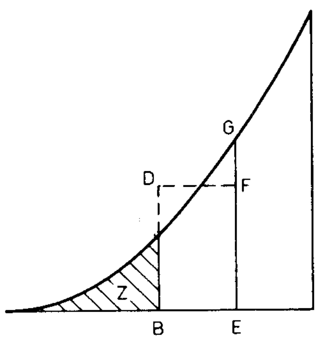
$$oy = 3x^2o/3 + 3xo^2/3 + o^3/3$$

$$y = x^2 + ox + o^2$$

Keďže *o* je nekonečne malé, dostávame, že $y = x^2$, teda $z = x^3/3$ je obsah odpovedajúci fluente $y = x^2$.



Obr. 3.14



Obr. 3.15

Po tom, ako určil fluxie na základe vzťahu $f(x, y) = 0$ medzi premennými, formuluje Newton obrátenú úlohu: *Vyjadriť y pomocou x, ak je daná rovnica, udávajúca vzťah medzi x a* *pomerom fluxií* $\frac{\dot{x}}{\dot{y}}$. V prípade, keď je táto rovnica jednoduchého tvaru $\frac{\dot{x}}{\dot{y}} = \phi(x)$, ide vlastne o problém hľadania primitívnej funkcie. Vo všeobecnom prípade ide o diferenciálnu rovnicu.

V Newtonových rukopisoch z októbra 1666 sa po prvý krát objavuje idea počítať obsahy pod krivkou pomocou primitívnej funkcie, čo je prvá explicitná formulácia základnej vety matematickej analýzy. Kým predošlé infinitezimálne techniky sa zakladali na výpočte obsahov pomocou súm nedeliteľných elementov plochy, Newton prichádza s ideou napred určiť rýchlosť (fluxiu) zmeny obsahu, a potom nehľadať obsah, ale funkciu s príslušnou fluxiou. Tým sa po prvý krát dostáva do súvisu problém dotyčníc a výpočet obsahov.

Keď si vytvoríme funkciu $A(x)$ udávajúcu obsah plochy pod krivkou $y = f(x)$, tak smernica dotyčnice ku grafu funkcie $A(x)$ v bode x_0 je rovná zodpovedajúcej funkčnej hodnote $f(x_0)$. Geometricky je táto súvislosť pomerne obskúrna, ale Newtonov dynamický prístup ju umožňuje pomerne jednoducho nahliadnuť. Uvažujme totiž plochu pod krivkou $y = f(x)$ a predstavme si, že táto plocha je vymetaná vertikálnou osou, ktorá sa pohybuje doprava konštantnou rýchlosťou $\dot{x} = 1$. Potom rýchlosť, s akou narastá obsah plochy bude rovná hodnote $f(x_0)$. Inými slovami, rýchlosť narastania plochy pod krivkou, teda derivácia funkcie $A(x)$ v bode x_0 sa rovná práve $f(x_0)$. Toto je objav nesmierneho významu, lebo redukuje ťažký problém kvadratúr na ľahký problém hľadania primitívnej funkcie. Už sa nemusíme trápiť rezaním útvaru na tenké pásiky a ich dômyselnou sumáciou. Stačí jednoducho nájsť k funkcii $f(x)$, ktorá ohraničuje príslušný útvar jej primitívnu funkciu.

Newtonova technika integrovania

Ako prvú vec Newton zostavil rozsiahlu tabuľku funkcií a ich derivácií, ktorá pri čítaní odzadu predstavuje tabuľku primitívnych funkcií. Pri zostavovaní tabuľky postupoval nasledovne: Ak chceme vypočítať $\frac{\dot{x}}{\dot{y}}$ napríklad pre funkciu $y = (1 + x^n)^{3/2}$, Newton zaviedol novú premennú $z = 1 + x^n$. Pre ňu platí $\dot{z} = nx^{n-1}\dot{x}$. Pre pôvodnú funkciu platí $y^2 = z^3$, a tak $2y\dot{y} = 3z^2\dot{z}$. Z týchto dvoch vzťahov dostávame nakoniec vyjadrenie

$$\frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{\dot{y}/\dot{z}}{\dot{x}/\dot{z}} = \frac{3z^2/2y}{1/nx^{n-1}} = \frac{3nx^{n-1}(1+x^n)^2}{2(1+x^n)^{3/2}} = \frac{3}{2}nx^{n-1}\sqrt{1+x^n}\ .$$

Podobným spôsobom vytvoril Newton rozsiahlu tabuľku primitívnych funkcií.

V mnohých prípadoch sa však k danej funkcii nepodarilo nájsť primitívnu funkciu v explicitnom tvare. Napríklad pre

$$\frac{\dot{x}}{\dot{y}} = \frac{cx^{n-1}}{a+bx^n} \qquad \text{Newton píše} \qquad y = \square \frac{c}{nab+nbz}$$

kde $\square$ označuje „plocha pod“ a je to Newtonov bežný symbol na označenie integrálu. V tomto prípade len previedol úlohu kvadratúry danej funkcie na výpočet obsahu pod hyperbolou. Tu sa s integrovaním zastavil, lebo ešte nemal logaritmickú funkciu a obsah pod hyperbolou už vyjadril pomocou radu. Newton takto redukoval mnoho úloh na štandardné integrály $\square \frac{a}{b+cx}$ respektíve $\square \sqrt{a^2 - x^2}$, ktorých hodnotu počítal rozvojom do radu.

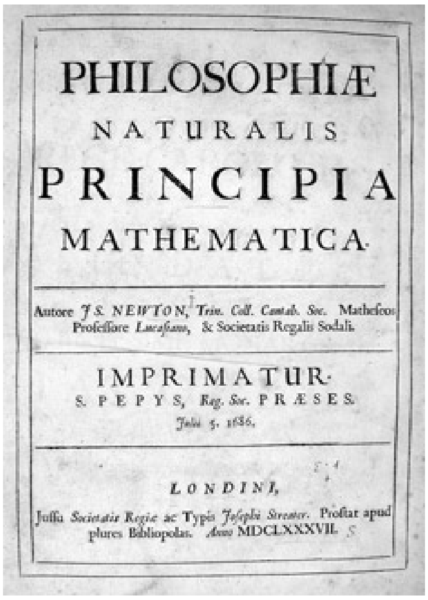
Touto technikou bol schopný vypočítať obsah prakticky pod ľubovoľnou krivkou za, ako napísal, „*polovicu štvrtiny hodiny*“. Newtonova tabuľka integrálov vošla takmer v nezmenenom tvare (samozrejme po doplnení o transcendentné funkcie) do štandardných učebníc matematickej analýzy a technika numerickej aproximácie hodnôt funkcií pomocou tabuliek bola základnou technikou v aplikovanej matematike až do vzniku počítačov.

Newtonove publikácie z matematickej analýzy

Roku 1671 Newton zozbieral a usporiadal svoje výsledky v oblasti analýzy, ku ktorým dospel za posledných 6 rokov a napísal rozsiahle pojednanie ***Metóda fluxií a nekonečných radov s ich aplikáciou ku geometrii kriviek***. Newtonove pokusy o vydanie tohto diela však stroskotali, a tak vyšlo až posmrtne roku 1736. V tomto diele Newton objasňuje svoje chápanie fluxií: *Čas považujem za tečúci alebo narastajúci spojitým tokom (continual flux) a ostatné veličiny považujem za spojite narastajúce s časom. Z toku času (fluxion of time) dávam meno fluxia rýchlostiam, s ktorými narastajú ostatné veličiny. Čas vyjadrujem pomocou ľubovoľnej veličiny, ktorá rovnomerne tečie a jej fluxiu označujem jednotkou. Fluxie ostatných veličín vyjadrujem ľubovoľným iným vhodným symbolom. Táto metóda je odvodená bezprostredne od samotnej Prírody.*

Metóda fluxií obsahuje dve tabuľky integrálov. Prvá tabuľka, nazvaná *Katalóg kriviek prislúchajúcich k priamočiarym útvarom* obsahuje zoznam kriviek, ktorých primitívne funkcie možno nájsť v explicitnom tvare. Druhá tabuľka, nazvaná *Katalóg kriviek prislúchajúcich ku kužeľosečkám* obsahuje zoznam kriviek, ktorých kvadratúry sa dajú redukovať na kvadratúry vhodne zvolených kužeľosečiek. Táto druhá tabuľka vyšla po prvý krát tlačou v dodatku k Optike roku 1704 nazvanom ***De Quadratura Curvarum***.

Roku 1687 Newton vydáva ***Philosophiae naturalis Principia Mathematica***, ktorá obsahuje celý rad infinitezimálnych úvah a limitných argumentov.



PHILOSOPHIÆ

NATURALIS

PRINCIPIA

MATHEMATICA.

Autore *J S. NEWTON*, *Trin. Coll. Cantab. Soc.* Matheseos Professore *Lucasiano*, & Societatis Regalis Sodali.

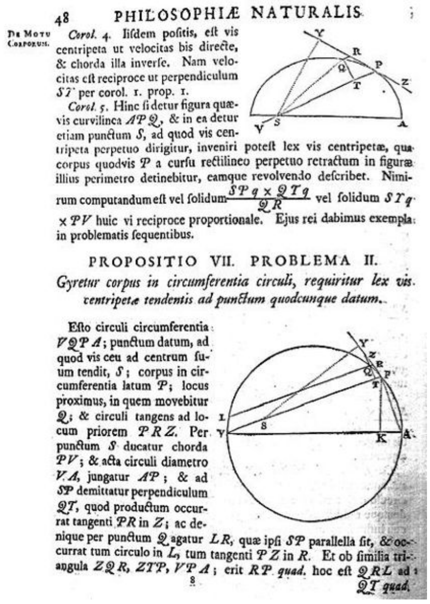
IMPRIMATUR.

S. PEPYS, *Reg. Soc.* PRÆSES.

Julii 5. 1686.

LONDINI,

Jussu *Societatis Regiæ* ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. *Anno* MDCLXXXVII.



48 PHILOSOPHIÆ NATURALIS

De Motu Corporum.

Corol. 4. Iisdem positis, est vis centripeta ut velocitas bis directe, & chorda illa inverse. Nam velocitas est reciproce ut perpendiculum *ST* per corol. 1. prop. 1.

Corol. 5. Hinc si detur figura quævis curvilinea *APQ*, & in ea detur etiam punctum *S*, ad quod vis centripeta perpetuo dirigitur, inveniri potest lex vis centripetæ, qua corpus quodvis *P* a cursu rectilineo perpetuo retractum in figuræ illius perimetro detinebitur, eamque revolvendo describet. Nimirum computandum est vel solidum $\frac{SPq \times QTq}{QR}$ vel solidum $STq \times PV$ huic vi reciproce proportionale. Ejus rei dabimus exempla in problematis sequentibus.

PROPOSITIO VII. PROBLEMA II.

Gyretur corpus in circumferentia circuli, requiritur lex vis centripetæ tendentis ad punctum quodcunque datum.

Esto circuli circumferentia *VQPA*; punctum datum, ad quod vis ceu ad centrum suum tendit, *S*; corpus in circumferentia latum *P*; locus proximus, in quem movebitur *Q*; & circuli tangens ad locum priorem *PRZ*. Per punctum *S* ducatur chorda *PV*; & acta circuli diametro *VA*, jungatur *AP*; & ad *SP* demittatur perpendiculum *QT*, quod productum occurrat tangenti *PR* in *Z*; ac denique per punctum *Q* agatur *LR*, quæ ipsi *SP* parallela sit, & occurrat tum circulo in *L*, tum tangenti *PZ* in *R*. Et ob similia triangula *ZQR*, *ZTP*, *VPA*; erit *RP quad.* hoc est *QRL* ad *QT quad.*

zdroj: http://en.wikipedia.org/wiki/Philosophiae_Naturalis_Principia_Mathematica, 26. 4. 2009

Použitá literatúra:

Znám, Š., Bukovský, L., Hejný, M., Hvorecký, J., Riečan, B.: Pohľad do dejín matematiky, ALFA – vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, Bratislava, 1986.

Kvasz, L.: Dejiny matematiky - prednášky

http://sk.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton, 26. 4. 2009

http://en.wikipedia.org/wiki/Philosophiae_Naturalis_Principia_Mathematica, 26. 4. 2009