

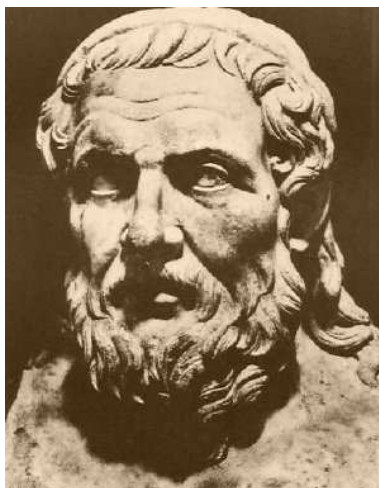
# **Apollonius z Perge**

**(história matematiky)**

**Jana Tkačiková, 4. roč. Mat-NV**

## Apollonius z Perge

Apollonius z Perge (približne 262 - 190 p.n.l.) bol grécky geometer a astronóm, je známy ako jeden z najvýznamnejších geometrov svojej doby. Z jeho života je známe len málo, ale jeho práca mala veľmi veľký vplyv na vývoj matematiky, obzvlášť jeho kniha *Kuželosečky*, v ktorej zaviedol termíny ktoré sú dnes pre nás bežné, ako parabola, elipsa či hyperbola.



Apollonius z Perge

Apollonius sa narodil v Perge, v Pamfílii ktorá je dnes známa ako Murtina alebo Murtana a dnes sa nachádza v Antályi v Turecku. Perge bolo v tých časoch kultúrnym centrom. Mladý Apollonius odišiel do Alexandrie, kde študoval pod vedením Euklidových nasledovníkov a neskôr tam aj učil. Navštívil tiež Pergamum, kde bola postavená škola a knižnica, podobne ako v Alexandrii.

Útržky z Apolloniovoho života nachádzame v predhovoroch viacerých kníh



Kuželosečiek. Dozvedáme sa, že mal syna, ktorý sa tiež volal Apollonius a bol to on, kto priniesol druhé vydanie Kuželosečiek Eudémovi do Pergamum.

Trochu viac informácií máme o knihách, ktoré Apollonius napísal.

### **Kuželosečky (ΚΩΝΙΚΩΝ)**

Jediná zachovaná práca Apollonia sú Kuželosečky. Pôvodne osem kníh, z ktorých sa len prvé štyri zachovali v gréčtine, a ďalšie tri v arabskom jazyku.

Svoju prácu začína listom. Prvé dve časti Kuželosečiek adresoval Eudemusovi z Pergamum. Spomína tiež geometrov: Naucratis, Philonides, Conon zo Samos a Nicoteles z Cyrény, ako aj Euklida.

Apollonius zhrnul obsah Kuželosečiek vo svojom úvode k prvej knihe. Začína vysvetlením ako sa dostal k napísaniu tejto práce:

*... V čase, keď som bol s tebou v Pergamum, pozoroval som tvoje nadšenie oboznámiť sa s mojou prácou na kuželosečkách, preto ti posielam prvú knihu, ktorú som upravil a zvyšné knihy ti pošlem, keď ich dokončím k vlastnej spokojnosti. Trúfam si tvrdiť, že si nezabudol na moje rozprávanie, ako som prisľúbil skúmanie týchto objektov na požiadanie geometra Naucrata, v čase, keď prišiel do Alexandrie a býval u mňa, a po dokončení ôsmich kníh, odovzdal som mu ich naraz, príliš náhlivo, bez dôkladnej kontroly (pretože mal už odplávať), zapísal som všetko len tak ako mi to napadlo, s úmyslom vrátiť sa k tomu neskôr.*

Prvá a druhá kniha Kuželosečiek sa začali rozširovať vo forme prvého návrhu. Apollonius píše:

*... stalo sa, že niektoré osoby, medzi tými aj tí ktorých som stretol, mali prvú a druhú knihu pred tým ako boli upravované...*

Prvé štyri knihy hovoria o najzákladnejších vlastnostiach kuželosečiek. Väčšina poznatkov v týchto knihách bola známa už Euklidovi, Aristaeusovi a ďalším, ale niektoré sú podľa Apolloniových vlastných slov:

*...vypracované podrobnejšie a všeobecnejšie ako v spisoch iných.*

Prvá kniha začína definíciou kruhového kužeľa, vo všeobecnom tvare šikmého, ktorého plášť sa rozprestiera po „oboch stranách vrcholu“. Zaviedol tu pojmy, ktoré sú v teórii kuželosečiek základnými: vrchol kuželosečky, jej priemer, združené priemery a osi. Apollonius získaval elipsu, parabolu alebo hyperbolu podľa toho, či rovina pretínala len jednu polovicu kužeľa, či je rovnobežná s jednou jeho povrchovou priamkou alebo či pretína obidve polroviny. Pre každú z týchto kriviek Apollonius stanoví jej základné vlastnosti – vzťahy medzi priemerom a k nemu združenými tetivami. Vyjadruje vlastnosti týchto kriviek geometrickou algebrou. Značná časť prvej knihy je venovaná dôkazu toho, že základná vlastnosť kuželosečiek nezávisí na voľbe priemeru, ku ktorému sa vzťahuje.

Druhá kniha začína oddielom o asymptotách hyperboly, potom sa skúmajú združené hyperboly, vlastnosti dotyčníc ku kužeľosečkám a úlohy vyžadujúce konštrukciu dotyčníc za rôznych podmienok.

Prvá časť tretej knihy obsahuje vety o rovnosti obsahov priamkových obrazcov vytvorených dotyčnicami a priesečnicami kužeľosečky. Vety sú dokazované vždy pre každý prípad zvlášť. Zaujímavé sú vety, ktoré zavádzajú ohniská elipsy a hyperboly a z nich vyplývajúce vlastnosti. V súvislosti s ohniskami skúmajú sa tiež normály. V prípade paraboly sa o ohnisku nehovorí, ani sa nezavádza pojem riadiacej priamky.

Od štvrtej knihy venoval Apollonius kužeľosečky kráľovi Attalovi I. Tu študuje počet priesečníkov kužeľosečky a kružnice aj kužeľosečiek navzájom, tiež prípady dotyku dvoch kužeľosečiek. Táto otázka bola pre Grékov veľmi závažná, pretože hlavne priesečníky boli dôležité pri riešení takých úloh ako bolo zdvojenie kocky, prečo vlastne boli tieto krivky vytvorené.

Štvrtou knihou akoby sa uzatvárala elementárnejšia časť náuky o kužeľosečkách. Možno aj preto boli tieto knihy obširnejšie ako ostatné a tiež možno aj to prispelo k tomu, že sa zachoval grécky text.

Piata kniha sa líši od ostatných. Obsahom, ale aj spôsobom výkladu predstihla svoju dobu. V nej Apollonius skúma normály vedené z rôznych bodov ku kužeľosečkám, ako priamky maximálnej a minimálnej dĺžky. V závere knihy uvažuje o bodoch z ktorých je možné vždy viesť normálu k najbližšej časti krivky, o zmenách v ich polohe a o konštrukcii normál ku krivke z ľubovoľného bodu prenutím krivky rovnoosou hyperbolou.

V šiestej knihe vyšetruje zhodné a podobné rezy na dvoch kolmých podobných kužeľoch. Tu rieši konštrukciu rezu daného kužeľa kongruentnému danému rezu a konštrukciu priameho kužeľa podobného danému kužeľu a obsahujúceho danú kužeľosečku.

Siedma kniha bola prípravou k stratenej ôsmej knihe. Vyšetrujú sa tu tetivy rovnobežné so združenými priemerami a dokazujú sa známe Apolloniove vety o tom, že súčet štvorcov združených priemerov je konštantný, rovnako ako plocha z nich zostrojených rovnobežníkov.

Pretože Apollonius používal geometrickú algebru, bol nútený vyšetrovať každý špeciálny prípad zvlášť. Preto je jeho výklad veľmi zdĺhavý – sedem kníh obsahuje celkom 387 viet. Táto práca právom získala Apolloniovi povest' veľkého matematika.

Apolloniova metóda predchádza metódu analytickej geometrie. Objavujú sa v nej prvé elementy súradnicového systému, jeho súradnicové osi boli však nutne určené danou úlohou, zatiaľ čo v Descartesovej analytickej geometrii je ich voľba ľubovoľná.

Apollonius svoje vedomosti o kužeľosečkách využil aj na riešenie praktických problémov. Zostrojil slnečné hodiny (hemicyclium), ktoré ukazovali čas s veľkou presnosťou.



### Ďalšie Apolloniove práce

Ostatné Apolloniove práce sú známe len podľa názvov, ktoré uviedol Pappos, okrem práce „O odtínaní v pomere“, ktorej dve knihy sa zachovali v arabskom preklade.

Obsah dvojzväzkovej práce „O dotykoch“ Pappos reprodukuje takto: Nech sú dané tri predmety, z nich každý môže byť bodom, priamkou alebo kruhom. Má sa narysovať kruh, ktorý prechádza každým z týchto bodov (ak sú dané len body) a dotýka sa daných priamok alebo kruhov. Je možných desať rôznych prípadov, z nich dva (ak sú dané tri body alebo tri priamky) vyšetruje Euklides vo štvrtej knihe Základov. Ako je vidieť z Pappovej poznámky, Apollonius riešil všetky tieto úlohy bez použitia kužeľosečiek, len pomocou pravítka a kružidla. Dodnes ich poznáme ako Apolloniove úlohy.

Dve knihy práce „Rovinné miesta“ („*Plane loci*“) boli venované klasifikácii geometrických miest a štúdiu predovšetkým „rovinných miest“ t.j. priamky a kružnice. Ako ukazuje Pappos, Apollonius tu pravdepodobne ako prvý definoval geometrickú transformáciu – rovnoľahlosť a inverziu, keď prevádzal rovinné miesta na rovinné miesta.

Eutocius podáva správu o knihe „Okytikion“ (doslovne „Prostriedok k rýchlemu pôrodu“ – ide o rýchle metódy počítania). V nej nájdeme približný výpočet čísla  $\pi$  s väčšou presnosťou ako u Archiméda. Hovorí sa, že našiel hodnotu  $62832/20000$  (t.j. 3,1416).

Apollonius sa zaoberal aj aplikáciou matematiky v optike („O zápalných zrkadlách“) a bol tiež významným astronómom svojej doby (použil geometrické modely na vysvetlenie planetárnej teórie).

Z Apolloniových úvah vychádzali Descartes a Fermat pri vytváraní analytickej geometrie.

## **Bibliografia**

Kolman, A.: *Dějiny matematiky v starověku*. Praha, Academia, 1968.

<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Apollonius.html>

[http://en.wikipedia.org/wiki/Apollonius\\_of\\_Perga](http://en.wikipedia.org/wiki/Apollonius_of_Perga)

[http://www.wilbourhall.org/pdfs/Treatise\\_on\\_Conic\\_Sections.pdf](http://www.wilbourhall.org/pdfs/Treatise_on_Conic_Sections.pdf)



*Aristippus Philosophus Socraticus, naufragio cum ejectus ad Rhodiensium  
litus animadvertisset Geometrica schemata descripta, exclamavisse ad  
comites ita dicitur, Bene speremus, Hominum enim vestigia video.  
Vitruv. Architect. lib. 6. Praef.*