KATOLÍCKA UNIVERZITA V RUŽOMBERKU

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

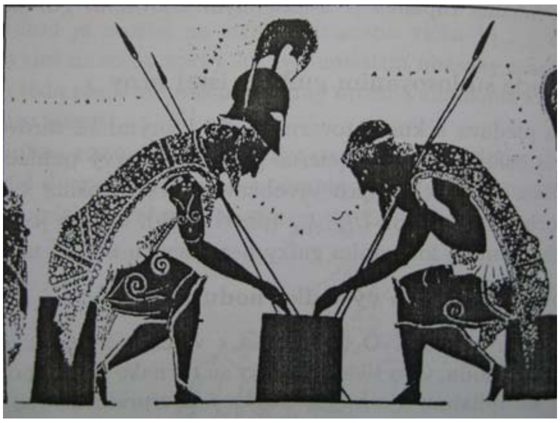
Vyučujúci: h. doc. RNDr. Štefan Tkačik PhD.

Predmet: História Matematiky

Objavovanie zákonov pravdepodobnosti v dejinách

Monika Švihurová

4. ročník, MA-VV



Ružomberok

3. 3. 2009

„Najpresvedčivejšie argumenty pre to, akú má skutočne matematika hodnotu, poskytuje teória pravdepodobnosti.“ Hans Freudenthal (holandský didaktik matematiky)[1]

Tridsať miliónov ľudí ročne navštívi malé mesto uprostred Nevadskej púšte. Jediným cieľom a dôvodom prečo toto mesto nie je v púšti strateným zapadákovom , sú hazardné hry. Toto mesto a v súčasnosti aj ďalšie iné porozumeli štruktúre náhody a vďaka tomu mu ostatné odvetvia môžu závidieť jeho zisk. Pri kolíske hazardného priemyslu stála vzájomná komunikácia dvoch francúzskych matematikov Blaisa Pascala a Pierra de Fermata v polovici 17. storočia. Spomenutí páni založili teóriu pravdepodobnosti, ktorá skúma, na akých princípoch funguje náhoda.

Náhoda človeka fascinovala už od nepamäti. Podľa starovekej mytológie na počiatku sveta traja bratia Zeus, Poseidon a Hádes hádzali kocky, prvý vyhral nebesia, druhý more a Hádes sa musel usídliť v pekle. Hracie kocky našli archeológovia v mnohých častiach starovekého sveta. Tieto kocky nazývané astralagi boli vyrezávané z kĺbov zvierat. Výjavy z hier s kockami sa objavujú i na stenách egyptských hrobiek a gréckych vázach. V starovekej matematike však o náhode nenájdeme ani zmienku. Napriek viditeľnej obľube hier i záujmu o matematiku zostali hry založené na náhode až do 17. storočia mimo záujmu matematiky. Príčinou tohto nezáujmu bol zrejme fakt, že jednoducho neverili, že v týchto javoch sa dá nájsť nejaký poriadok, náhoda sa podľa nich správala nepredvídateľne.[2]

V istom zmysle mali Gréci pravdu- v izolovanej náhodnej udalosti žiadnu pravdepodobnosť nenájdeme- aby sme našli nejakú štruktúru, musíme pozorovať a skúmať jav opakovane, a o to sa snaží teória pravdepodobnosti.

Prvé kroky urobil v 16. storočí Girolamo Cardano, keď ukázal, že pri hádzaní kockou možno jednotlivým výsledkom priradiť číselné hodnoty. Pozorovania zhrnul v knihe *Liber de ludo aleae* (Kniha o náhodných hrách). Prišiel na tieto zákonitosti:

- Ak je kocka „poctivá“, má ktorákoľvek z hodnôt rovnakú šancu, že sa objaví na vrchnej strane kocky... táto pravdepodobnosť je 1 zo 6, teda 1/6.
- Zákon sčítavania pravdepodobností: Pravdepodobnosť, že padne číslo 1 alebo 2 musí byť 2/6, resp. 1/3, pretože daný jav nastáva v dvoch prípadoch zo 6 možných.
- Zákon násobenia: Zistil hodnotu pravdepodobnosti, že v dvoch po sebe nasledujúcich hodoch kockou padne číslo 6... usúdil, že to musí byť 1/6 krát 1/6, čo je 1/36. Pravdepodobnosti násobíme, pretože každý zo šiestich výsledkov získaný prvým hodom môžeme spárovať s každým zo šiestich možných výsledkov dosiahnutých v druhom hode, čím dostaneme 36 kombinácií.
- Našiel tiež pravdepodobnosť udalosti, ak sa súčet čísel pri vrhu dvoma kockami bude rovnať vopred určenému číslu od 2 do 12.

---

[1] Porov.: PLOCKI, A.: O náhodě a pravdepodobnosti, Škola mladých matematiků. Mladá fronta, Praha 1982, s. 168

[2] Porov.: DEVLIN, K.: Jazyk matematiky. Dokořán, Praha 2002, ISBN 80-86569-09-8, s. 269-270

Táto jeho analýza poskytla aspoň čiastočný pohľad na podstatu pravdepodobnosti. Ani veľkému talianskemu fyzikovi Galileimu sa nepodarilo zájsť ďalej. V 17. storočí nezávisle od Cardana dospel k rovnakým záverom, ale ani jedného nenapadlo skúmať, ako by poznatky z pravdepodobnosti mohli využiť k predvídaniu budúcnosti.

Kľúčový moment nastal v roku 1654, keď si dvaja už spomínaní francúzski matematici Pascal a Fermat vymenili niekoľko listov, ktorých obsah dnes matematici považujú za základ teórie pravdepodobnosti. A aj keď sa ich analýza zaoberala konkrétnou hazardnou hrou, dá sa zovšeobecniť a aplikovať k predpovedaniu udalostí v rozmanitých situáciách. Vo svojej korešpondencii rozoberali dvesto rokov starý problém, ktorý po prvý krát formuloval zrejme Luca Pacioli, učiteľ Leonarda da Vinciho a k Pascalovi sa dostal cez Chevaliera de Meré, francúzskeho šľachtica so záľubou v hrách, ktorý ho požiadal o overenie vlastných úvah. Problém znel: ako si dvaja hráči rozdelia bank pri náhlom ukončení hry? Pascal požiadal o pomoc s riešením Fermata, v tej dobe uznávaného za najlepšieho matematika.[3]

Museli teda prísť na to, čo by sa s najväčšou pravdepodobnosťou stalo, ak by hra prerušená nebola. Prístup k riešeniu spočíval v nájdení všetkých možných výsledkov tejto hry a ďalej v zistení tých prípadov, ktoré vedú k určitému výsledku (napr. k výhre jedného hráča). Predpokladajme, že hrajú na päť hier. Uprostred hry, keď jeden vedie nad druhým 2:1, je hra náhle prerušená. Ako si rozdelia stávky?

Existujú štyri možnosti vývoja hry (označme A- 1. hráč, B – 2. hráč, A vedie 2:1): (B vyhrá 4. a 5. hru) alebo (B vyhrá 4. hru a A vyhrá 5. hru)
alebo (A vyhrá 4. a 5. hru) alebo (A vyhrá 4. hru a B vyhrá 5. hru).
V treťom a štvrtom prípade by hra skončila, pretože B by vyhrať už nemohol, ale my musíme vziať do úvahy všetky možnosti (kľúčový postreh Fermata a Pascala), z toho teda vyplýva, že A by vyhral v 3 prípadoch zo 4 možných, preto pravdepodobnosť, s ktorou by A vyhral je rovná ¾. Z toho by teda ¾ vsadených peňazí mali pripadnúť hráčovi A. Týmto sa Pascalovi a Fermatovi podarilo nahliadnuť do hypotetickej budúcnosti.

Fermat dal pri riešení problému prednosť algebraickým metódam, Pascal hľadal v náhode geometrický rád sveta náhody, ktorý znázorňuje po ňom pomenovaný Pascalov trojuholník, štruktúra čísel každého riadku sa pravidelne objavuje pri pravdepodobnostných výpočtoch. *„Všeobecne platí, že pre ľubovoľnú udalosť, ktorej jednotlivé výsledky sa vyskytujú s rovnakou pravdepodobnosťou, poskytuje Pascalov trojuholník pravdepodobnosti všetkých možných kombinácií, ktoré nastávajú pri n-násobnom opakovaní udalosti, kde N je prirodzené číslo. Ak sa udalosť opakuje n-krát, tak čísla v riadku n+1 Pascalovho trojuholníka udávajú počty rôznych spôsobov, akými každá určitá kombinácia vzniká. Postupným vydelením čísel v riadku celkovým súčtom čísel dostaneme jednotlivé pravdepodobnosti.“*[4]

[3] Porov.: DEVLIN, K.: Jazyk matematiky. Praha: Dokořán, 2002, s. 271-272
[4] Porov.: DEVLIN, K.: Jazyk matematiky. Praha: Dokořán, 2002, s. 274

Tu sa vynorila nová otázka, či je možné preniesť teóriu pravdepodobnosti od hracích stolov, kde sa dajú vypočítať presné pravdepodobnosti, do nášho neusporiadaného, skutočného sveta. O odpovede sa rôznymi cestami pokúšali členovia „báječnej Bernoulliho“ rodiny. Bernoulliovci boli obdobou Bachovcov v hudbe. Najslávnejší z nich boli bratia Jakub a Ján. Dielom staršieho z nich- Jakuba je slávna Bernoulliho schéma, v ktorej ide o opis absolútnej početnosti nejakej udalosti v sérii nezávislých pokusov.[5] Jakub bol jedným z prvých analytikov, ktorý preveroval štatistické hypotézy – tj. z malej vzorky zozbieraných dát vyvodzoval závery, ktoré by platili pre celú populáciu, objavil zákon o vzťahu pravdepodobnosti a relatívnej početnosti. Sebe aj Leibnizovi položil otázku: ako vybrať vzorku a aký veľká musí byť, aby bol výsledok spoľahlivý? Napriek pesimistickej Leibnizovej reakcii sa Bernoulli pustil do výskumu, ktorého výsledky po jeho smrti zhrnul synovec do knihy *Ars conjectandi* (Umenie domnienky). Položená otázka rozdeľuje podľa spôsobu chápania pravdepodobnosť na pravdepodobnosť a priori, ktorú chceme vypočítať pred tým ako k danej udalosti dôjde (pre náhodné hry je kladná, no pravdepodobnosť úmrtia, či ochorenia je spoľahlivá len pre väčšinovú časť) a pravdepodobnosť a posteriori, ktorú stanovíme až po výskyte udalosti. Pokračoval uvažovaním nad spoľahlivosťou tejto hodnoty, či z populačnej vzorky môžeme túto hodnotu zovšeobecniť pre celú populáciu. Z toho plynie jedna zo základných viet pravdepodobnosti, tzv. zákon veľkých čísel, teda že *zväčšovaním vzorky dát zvýšime úroveň dôvery, že pravdepodobnosť vypočítaná pre danú vzorku bude zodpovedať skutočnej pravdepodobnosti.* Názory sa v tom, či na základe minulosti možno určiť budúcnosť, líšili. Proti tomu tvrdeniu sa vyjadril napríklad aj zosnulý finančný expert Fisher Black: „Pracovníci na burze dobre vedia, že sa trh nechová zďaleka tak ideálne ako sa domnievajú matematici.“

K rozvoju pravdepodobnosti okrem spomenutých prispeli tiež Ch. Huygens (1629-1695), ktorý je autorom pojednávania *„O výpočtoch v hazardných hrách*“, A. Moivre (1667-754), P. S. Laplace (1749-1827, C. F. Gauss (1777-1855), S. D. Poisson (1781-1840) a iní.[6]

Dnes v dobe Športky, Sázsky, Matesa a rôznych lotérií, používame počet pravdepodobností takmer v každej oblasti vedy: v štatistike, ekonómii, meteorológii, zememeračstve, technológii, stavebníctve, pomáha v práci sociológom, astronómom, fyzikom i jazykovedcom.[7]

„Je pozoruhodné, že veda, ktorá začínala úvahami o hazardných hrách, sa nakoniec mohla stať najdôležitejším predmetom ľudského poznania“. (P. S. Laplace)[8]

[5] Porov.: RIEČAN, B.: Matematika pre 3. ročník gymnázií, Pravdepodobnosť a štatistika. Bratislava: SPN, 1994, s. 48- 49

[6] KOWAL, S.: Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975, s.323

[7] KOWAL, S.: Matematika pro volné chvíle. SNTL, Praha 1975, s.323

[8] PLOCKI, A.: O náhodě a prevdepodobnosti, Škola mladých matematiků. Mladá fronta, Praha 1982

ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ODKAZOV:

1. DEVLIN, K.: Jazyk matematiky. Praha: Dokořán, 2002, ISBN 80-86569-09-8
2. RIEČAN, B.: Matematika pre 3. ročník gymnázií, Pravdepodobnosť a štatistika. Bratislava: SPN 1994, ISBN 80-08-00165-8
3. PLOCKI, A.: O náhodě a prevdepodobnosti, Škola mladých matematiků. Praha: Mladá fronta, 1982
4. KOWAL, S.: Matematika pro volné chvíle. Praha: SNTL, 1975

Obrázok na úvodnej strane z: PLOCKI, A.: Pravdepodobnosť okolo nás. Katolícka univerzita v Ružomberku 2007, ISBN 978-80-8084-260-4, s. 104