Lenka Švancárová, Ma-Ge

ARCHIMEDES (asi 287-212 pred.n.l.)

Archimedes sa narodil v Syrakúzach na Sicílii okolo roku 287 p.n.l.. Jeho otec Feidas bol astronómom. Archimedovo pravé meno bolo Sporos, no jeden učenec, Filonides, ho nazval „železný um“ teda Archimedes.

Študoval niekoľko rokov na Alexandrijskej univerzite. V slávnej Alexandrijskej knižnici boli zhromaždené všetky vtedajšie významné práce vedy a kultúry. Matematiku sa učil u nasledovníkov veľkého geometra Euklida.

Po návrate do Syrakúz zasvätil celý svoj život matematike a fyzike. Napísal dve diela. Prvé je o hydrostatike a jej základných zákonoch, druhé opisuje aerostatiku. Na tieto zásadné objavy by sa možno nedošlo, keby ho vtedajší kráľ Syrakúz Hieron nepožiadal, aby zistil, či ho zlatník nepodviedol a urobil mu korunu z čireho zlata. Problém bol predovšetkým v určení objemu koruny. Pri kúpeli si všimol, že jeho telo je nadľahčované vodou, a tak vyriešil úlohu a prišiel na ***prírodný zákon***: Teleso ponorené alebo plávajúce v kvapaline je nadľahčované silou, ktorá sa rovná tiaži kvapaliny toho istého objemu, aký má ponorená časť telesa. Nadšený vyskočil z vane a vybehol holý na ulicu s krikom: *„Heuréka, našiel som to!“* Ponoril zlato do vody a hladina stúpla o určitú výšku, keď ponoril korunu, zdvihla sa o niečo vyššie, ako by zodpovedalo čistému zlatu a teda zistil, že v korune bola prímes striebra.

Stal sa autorom viac než 40 vynálezov. Pre nás je dnes predovšetkým objaviteľom ***zákonov mechanickej rovnováhy telies***. Vo svojich traktátoch o rovnováhe,o páke a o ťažisku preskúmal činnosť tzv. jednoduchých strojov. Aj keď páka, kladka, naklonená rovina a klin boli využívané už predtým, Archimedes matematicky vypočítal ich pôsobenie. Uvedomil si, že dostatočne dlhá páka umožňuje pohnúť akýmkoľvek bremenom a znásobiť tak moc človeka nad prírodou ("*Dajte mi pevný bod a pohnem Zemou.*") Okrem toho zdokonalil kladkostroj, vynašiel závitovkový prevod. Nemenej známy je prístroj, ktorý premiestňoval vodu z nižšie položeného Nílu na pole, čím uľahčil roľníkom polievanie v Egypte (predtým polievali polia ručne s primitívnymi nádobami). Bola to obrovská špirála vo valci a dostala meno ***Archimedova skrutka***. Zaviedol taktiež moment sily a definoval ťažisko telesa.

Archimeda preslávila jeho účasť na obrane Syrakúz počas rímskeho obliehania v prvej (264-241 pr.n.l.) a druhej púnskej vojne (218-201 pr.n.l.), kedy jeho ***vojnové stroje*** pomáhali zadržať postup Rimanov. Použili ťažké trámy a silou zhora potápali rímske lode do hlbín. Železnými hákmi (podobajúcimi sa jastrabím pazúrom), loď zachytili, zdvihli ju do výšky a potom ju vrhli o mestské hradby či späť do vody. Pomocou parabolických zrkadiel zasa dokázal zapáliť rímske lode v dostatočnej vzdialenosti od mestského opevnenia. No práve vojna sa mu stala osudnou. Keď rímsky vojak vtrhol do jeho domu, našiel Archimeda, ako kreslí do piesku matematické diagramy. Vojaka urazilo, že si ho nevšíma a prikázal mu, aby prestal kresliť. Archimedes ho neposlúchol a zvolal: *„Noli tangere circulos meos - Nedotýkaj sa mojich kruhov!“* Po týchto slovách ho rozzúrený vojak prebodol mečom.

Archimedes sa taktiež venoval ***optike***. Túto problematiku objasňuje vo svojom diele Katoptika v ktorom vysvetľuje *odraz svetla, lom svetla vo vode a vo vzduchu*. Taktiež v ňom hovorí *o dúhe* a *o vlastnostiach guľového zrkadla* pomocou ktorého sa dajú zapáliť predmety.

Prínos v matematike

Archimedes bol prvý, ktorý sa významne zaoberal nielen priamkami a rovinami, ale taktiež krivkami, oblými plochami, obsahom a objemov tvarov, ktoré vymedzovali. Aby to mohol zvládnuť využíval ako jeden z mála Eudoxovu ***exhaustívnu metódu***, ktorá bola vytvorená pre výpočet plôch alebo objemov konkrétnych obrazcov, či telies. Dokázal konkrétne výsledky zobecniť a našiel obecné pravidlá pre objem elipsoidu alebo paraboloidu. Obecné vzťahy pre objemy telies ževraj skúšal najskôr hľadať tým, že telesá vyrábal z dreva, vážil ich,podľa zmeny váhy usudzoval zmeny objemov a tie odhadoval obecnou zákonitosťou pre objem. Vzorec, o ktorom vďaka tomu už tušil, ako vyzerá, potom obecne odvodil. Odvodil tiež, že pomer medzi objemom valca (s výškou rovnou jeho priemeru), gule a kužeľa do nej vpísaných je 3:2:1. (údajne vďaka tomuto výsledku Cicero podľa zvláštneho tvaru – valca s vloženou guľou našiel zabudnutý Archimedov hrob)

Parabola

Archimedes sa snažil vypočítať obsah pod parabolou. Táto metóda spočíva v jednoduchom zákone páky. Namiesto síl na páku „pôsobia“ obsahy plošných útvarov a dĺžky úsečiek. Zákon páky znie: sila pôsobiaca na jedno rameno páky vynásobená dĺžkou ramena sa rovná sile pôsobiacej na druhé rameno páky vynásobenej dĺžkou druhého ramena. Ak tam dáme úsečky, je to v podstate to isté. Ak na jedno rameno páky zavesíme úsečku o dĺžke 1 cm, pričom rameno, na ktorom bude, bude mať 1 cm, aké dlhé bude druhé rameno, na ktorom bude úsečka s dĺžkou 2 cm, aby sa udržala rovnováha páky?

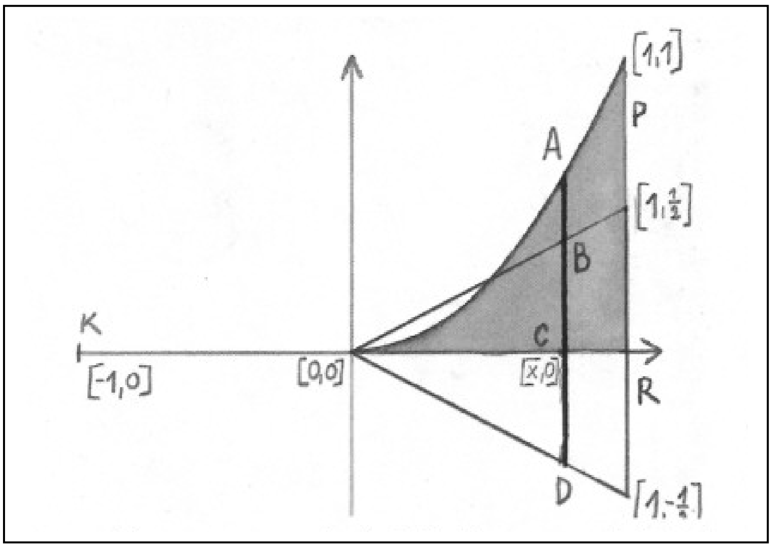
Dĺžku úsečky si označíme *„v“* a dĺžku ramena *„d“*.

$$d_1 \cdot v_1 = d_2 \cdot v_2$$

$$1 \cdot 1 = d_2 \cdot 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = d_2$$

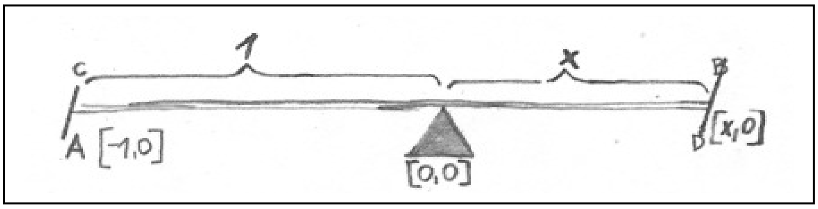
Dĺžka druhého ramena je jedna polovica. Tak isto to funguje aj s obsahmi.

Parabola je komplikovaná krivka. Jej predpis je $y = x^2$. Aby sa dal zmerať obsah útvaru pod parabolou, pokúsil sa Archimedes vytvoriť iný útvar, ktorého obsah by sa dal vypočítať. Dokreslil si k parabole trojuholník.



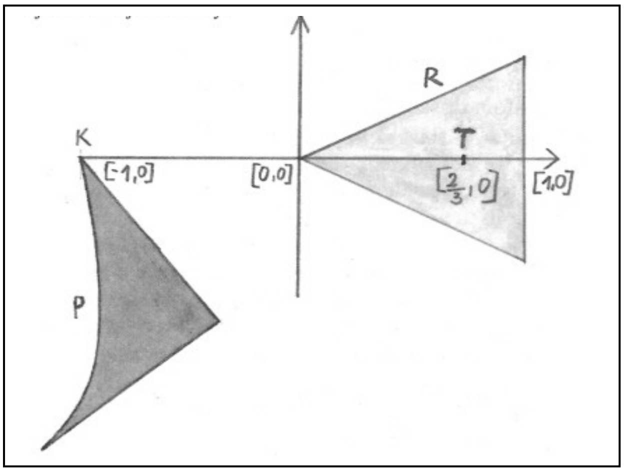
Bod C má súradnice $[x,0]$, to znamená, že v smere osi x je vzdialený od nuly o x. Ak predpis pre parabolu je $y = x^2$, tak dĺžka úsečky $AC = x^2$, pretože ak hodnota x je x, hodnota y bude x^2 a ak $|[0;0]C| = x$, tak $|AC| = x^2$. Úsečka $|BD|$ ležiaca v dokreslenom trojuholníku má dĺžku x, pretože úsečka [1;1,5][1;-1,5] má dĺžku 1 a je vo vzdialenosti 1 od [0;0]. To znamená, že ak nanesieme úsečku do vzdialenosti x od [0;0], tá časť v trojuholníku bude mať dĺžku x, pretože trojuholníky [0;0][1;-1,5][1;1,5] a [0;0]DB sú si podobné. Archimedes si uvedomil jednu vec: ak úsečku AC prenesie do bodu K a úsečku BD nechá tam, kde je a vytvorí akoby páku, budú tieto dve úsečky v rovnováhe, ak bod $[0,0]$ je bodom otáčania.

$$|AC| = x^2$$
$$|BD| = x$$



$$|AC| \cdot 1 = |BD| \cdot x$$
$$x^2 \cdot 1 = x \cdot x$$

Tu je vidno, že táto sústava je naozaj v rovnováhe. Takýchto čiernych úsečiek, akou bola AD, urobil viacero. Tú časť týchto úsečiek, ktoré boli v trojuholníku s rovnými čiarami nechal tam, kde boli (ako napríklad BD). Tie, ktoré boli v krivočiarom trojuholníku, preniesol do bodu K (ako napríklad AC). Podľa predchádzajúceho príkladu, kde sú úsečky AC a BD vyvážené, sa dá zistiť, že aj v tomto prípade je páka vyvážená. Teda úsečky paraboly, všetky naskladané v bode K, pôsobia v bode K. Keďže dvojice úsečiek z trojuholníkov sú na páke v rovnováhe, je jasné, že aj oba trojuholníky budú v rovnováhe.



„Tiaž“, akou pôsobí trojuholník na páku, sa nachádza v bode T, čo je jeho ťažiskom. Ako vidíme, úsečka [0;0][1;0] je jeho ťažnica, a ťažisko na ťažnici sa vždy nachádza v dvoch tretinách úsečky spájajúcej vrchol trojuholníka so stredom protiľahlej strany. Na obrázku je trojuholník s parabolou označený P a ten s rovnými stranami R. Zavesme si ich na páku. Ak si vypočítame obsah trojuholníka R:

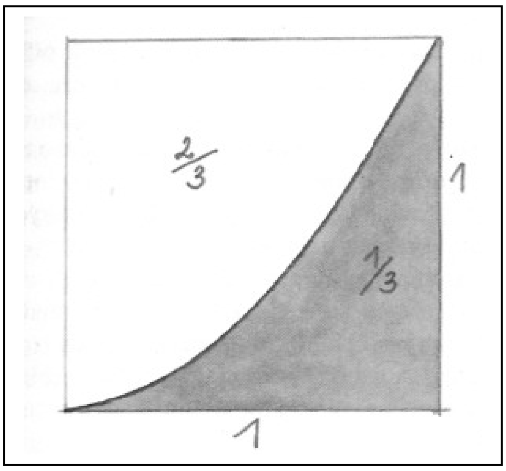
$$S_R = \frac{v \cdot p}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

a túto „obsahovú váhu“ zavesíme na bod na páke s názvom T, čo je ťažisko trojuholníka R, zistíme, že trojuholník R pôsobí na páku momentom sily rovnajúcemu sa jednej tretine.

$$|P| \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

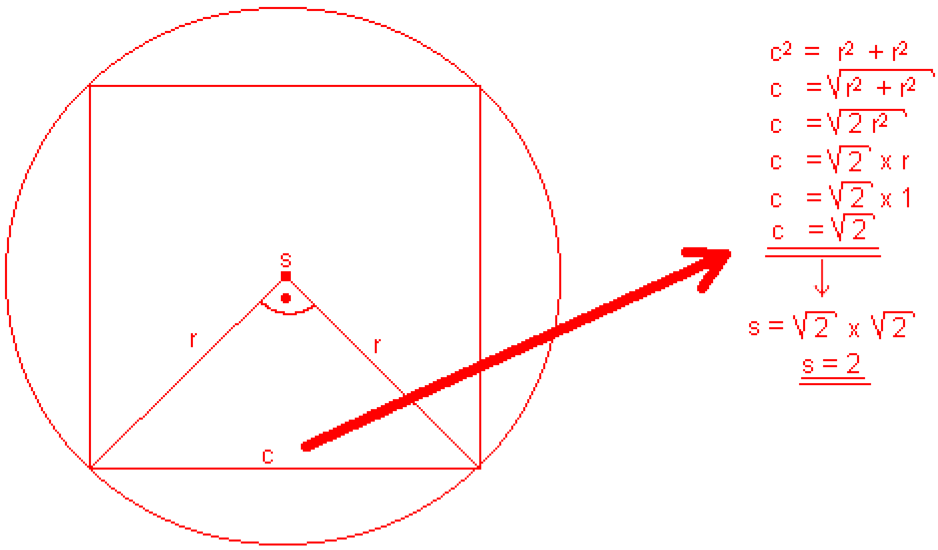
$$|P| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

To znamená, že ak narysujeme štvorec so stranou dĺžky 1 (čiže jeho obsah bude tiež 1) a vpíšeme do neho parabolu, tá parabola ho predelí na jednu tretinu a dve tretiny.

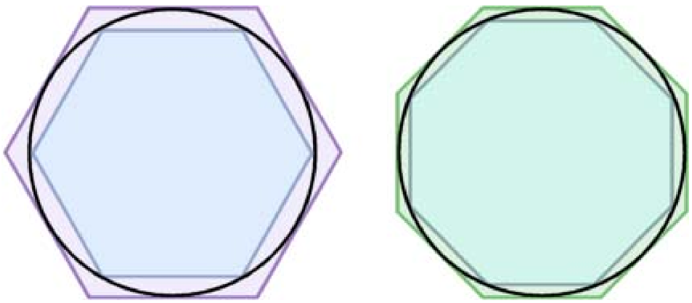


Pí (π)

Metódou, ktorá je v podstate exhaustívna, našiel tiež pomerne presný ***odhad čísla π***. Hodnotu tohto iracionálneho čísla objavil radom celkom jednoduchých operácii, ktoré sú nižšie spomenuté. Zobral si kruh, pričom polomer sa rovná číslu jeden – či už meter alebo centimeter. Pokúsil sa vypočítať jeho približný obsah tak, že do neho vpisoval a opisoval iné útvary, ktorých obsah vedel vypočítať. Začal štvorcom. Kruh vložil do štvorca a jeden štvorec vložil aj do kruhu. Obsahy štvorcov vypočítame nasledovne – väčší je jednoduchý, pretože polovici jeho strany sa rovná polomer kruhu; menší vypočítame Pytagorovou vetou – $a^2 + b^2 = c^2$.



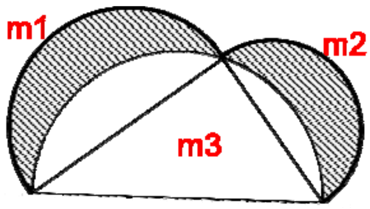
Obsah kruhu bude niečo medzi 2 a 4, a teda ak je to násobok druhej mocniny polomeru, tak pí bude niečo medzi 2 a 4. To však nie je dostatočne presné. Preto následne štvorce nahradil osemuholníkmi. Tento proces potom opakoval dovtedy, kým mal stodvadsaťosem uholníky.



Podstatné je, že väčší mal obsah 3,1417 a menší mal obsah 3,1415 a teda mu vyšlo, že približná hodnota čísla π je 3,1416.

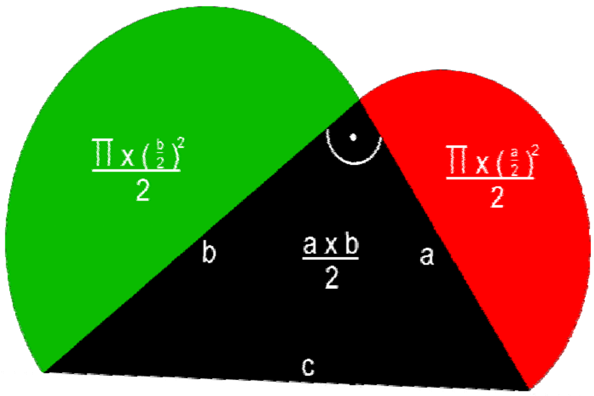
Hippokratove mesiačiky

Ide o Hippokratov objav, kde dokázal, že sa dá zostrojiť oblúkovitý plošný útvar s rovnakým obsahom ako hranatý plošný útvar. Zistil, že keď má pravouhlý trojuholník a zostrojí polkruh, dotýkajúci sa všetkých vrcholov a takisto zostrojí polkruhy nad odvesnami, tak priestor medzi tými polkruhmi – mesiačiky – majú rovnaký obsah ako trojuholník.

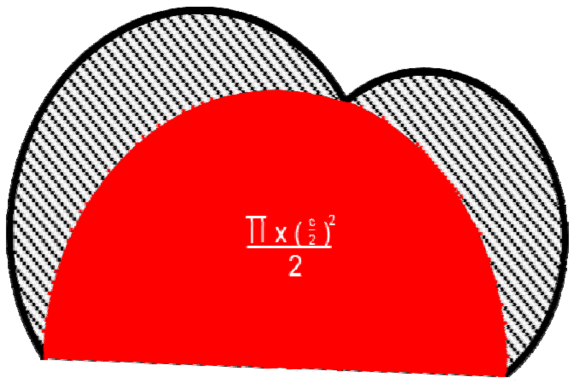


obr.1

Vypočítať obsah, z ktorého má vyjsť, že sa rovná obsahu trojuholníka – $\frac{a \cdot b}{2}$.



obr.2



obr.3

Všetko z obrázku 2 spočítal a odpočítal od toho obrázok 3.

$$\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \pi}{2} + \frac{\left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \pi}{2} + \frac{a \cdot b}{2} - \frac{\left(\frac{c}{2}\right)^2 \cdot \pi}{2} = S$$

$$\frac{\frac{a^2}{4} \cdot \pi}{2} + \frac{\frac{b^2}{4} \cdot \pi}{2} + \frac{a \cdot b}{2} - \frac{\frac{c^2}{2} \cdot \pi}{2} = S$$

$$\frac{a^2 \cdot \pi}{8} + \frac{b^2 \cdot \pi}{8} + \frac{a \cdot b}{2} - \frac{c^2 \cdot \pi}{8} = S$$

$$\frac{\pi}{8} \cdot \left(a^2 + b^2 - c^2\right) + \frac{a \cdot b}{2} = S$$

Pytagorova veta hovorí: $a^2 + b^2 - c^2 = 0$. To nám dáva nulu v zátvorke, číslo π vypadáva z hry a vychádza nám výsledok, že obsah mesiačikov sa rovná obsahu trojuholníka – $\frac{a \cdot b}{2}$.

Bibliografické zdroje:

http://sk.wikipedia.org/wiki/Archimedes, stiahnuté dňa 21.3.2009

http://zadanie.sk/index.php?go=karta&idz=10181, stiahnuté dňa 21.3.2009

http://naturescience.fhpv.unipo.sk/fyzika/didmat/sprojekty/viravec.htm, stiah.dňa 3.4.2009

Mareš, M.: Příběhy matematiky. Stručná historie královny věd. *Pistorius & Olšanská. Příbram, 2008.*