

KATOLÍCKA UNIVERZITA V RUŽOMBERKU

Pedagogická fakulta

História matematiky

Vývin algebraickej symboliky od Viéta po Descarta

Zuzana Petrašková

Matematika – Informatika

4.ročník

2006/2007

Moderná algebraická symbolika sa zrodila v dvoch variantoch. Prvý pochádzal od François Viète a bol založený na pojme rozmernej veličiny. Dnes sa s ním môžeme stretnúť na stránkach učebníc fyziky. Druhý variant algebraickej symboliky pochádza od Reného Descarta a zakladá sa na pojme bezrozmernej veličiny.

François Viète (1540-1603)

Jeho matematické idey zhŕňa dielo *In Artem Analyticam Isagoge (Úvod do analytického umenia)*. Slovo analýza v tej dobe označovalo algebru. Knihu vydáva po častiach od roku 1591. Podáva v nej prehľad súvekej algebr. Jeho cieľom bolo *zjednotiť* rôzne postupy, ktoré sa používali pri riešení rovníc. Algebra tak ako ju sformoval Cardano spočívala v súbore trikov, ktoré umožňovali riešiť jednotlivé typy rovníc. Triky boli sformulované vo vetách prirodzeného jazyka Chýbalo však porozumenie pre to, čo sa pri týchto trikoch deje.

Vièteovou hlavnou inováciou bolo, že *zaviedol rozlíšenie neznámej a parametra*. Aj koeficienty rovníc začal zapisovať pomocou písmen. Pre *neznáme* používal veľké samohlásky A, E, I, O, U. Na označenie *koeficientov* rovnice používal spoluhlásky B, C, D, F atď. Každá veličina mala rozmer. Zvlášť uvádza rozmery mocnín *neznámej*: 1-*longitudo*, 2-*planum*, 3-*solidum*, 4-*plano-planum*, 5-*plano-solidum*, 6-*solido-solidum*, 7-*plano-plano-solidum*, 8-*plano-solido-solidum*, 9-*solido-solido-solidum*; zvlášť *koeficientov*: 1-*latus*, 2-*quadratum*, 3-*cubus*, 4-*quadrato-quadratum*, 5-*quadrato-cubus*, 6-*cubo-cubus*, 7-*quadrato-quadrato-cubus*, 8-*quadrato-cubo-cubus*, 9-*cubo-cubo-cubus*. Explicitne uvádza rozmery iba po 9, ale poznamenáva, že v príslušnom rade možno bez obmedzenia pokračovať.

Viète *interpretuje svoje písmená ako veličiny*. Rozmer každej veličiny písal slovne za jej symbolom, napríklad *A planum* bola neznáma rozmeru dva, kým *B cubus* bol parameter rozmeru tri. Sčítat' a odčítat' bolo možné iba veličiny rovnakej dimenzie, pričom výsledok bola veličina rovnakého rozmeru ako súčinitele. Pravidlá pre násobenie a delenie obsahovali aj zákony o rozmeroch, ako napríklad

longitudo krát *longitudo* dáva *planum*
solidum krát *plano-solidum* dáva *plano-solido-solidum*

Keďže Viète nepripúšťal záporné mocniny veličín, pri delení bolo ešte treba dbať na to, aby bola dimenzia čitateľa väčšia než dimenzia menovateľa. Aj keď je Vièteova symbolika komplikovaná, urobil kvalitatívny krok vpred. Vytvoril *univerzálny jazyk na manipuláciu s výrazmi*. Možno povedať, že tu sa rodí algebra v modernom chápaní. Viète si bol významu svojho objavu plne vedomý. Hovorí, že vytvoril novú vedu, umožňujúcu matematické objavy. Ako ukážku takéhoto objavu si ukážeme jeden príklad:

Oportet $\frac{Aplano}{Bquadratum}$ addere $\frac{Zquadratum}{Gquadratum}$.

Summa erit $\frac{GinA+BinZ}{BinG}$.

Síce toto odvodenie nepôsobí impozantne, ale je to *prvý formálny zápis všeobecného vzťahu v dejinách matematiky*. Až od Viëta je možné hovoriť o vzorcoch v matematike, o formulách vyjadrujúcich riešenie nejakého problému. Nová symbolika umožňovala vytvoriť *všeobecnú metódu na riešenie všetkých problémov*. Pozostávala z troch krokov:

1. Všetky veličiny úlohy, teda tie, ktoré poznáme aj tie, ktoré nepoznáme treba označiť písmenami, a ich vzťahy treba vyjadriť pomocou rovníc.
2. Overiť správnosť vyjadrenia úlohy pomocou rovníc.
3. Príslušné rovnice vyriešiť a nájsť vyjadrenie neznámej.

Overenie správnosti vyjadrenia úlohy spočívalo v kontrole toho, či príslušné rovnice spĺňajú princíp homogenity. Svoju knihu končí Viëte optimistickým vyhlásením o svojom analytickom umení: *Žiaden problém neostane nevyriešený*.

Viëtov systém mal aj viaceré nedostatky. V prvom rade je to *slovné písanie dimenzie veličín*. To malo za následok, že nepoznal zlomkové ani záporné mocniny veličín, čo ho nútilo ku komplikovanému zápisu takýchto prípadov. Ďalej, keďže jeho písmená nereprezentovali čísla ale dimenzionálne veličiny, sú v jeho systéme *nemysliteľné záporné alebo komplexné riešenia*. Preto úlohy, ktoré vedú k takýmto riešeniam, musí obchádzať.

René Descartes (1594 -1650)

Roku 1637 vydáva *Discours de la méthode*, ktorá obsahuje tri dodatky, *Dioptriku, Geometriu a Meteory*, v ktorých Descartes ilustruje svoju filozofickú metódu. Z hľadiska dejín algebry má prvoradý význam *Geometria*. Descartes ukazuje, že problémy, ktoré možno skonštruovať pomocou kružítka a pravítka sú ekvivalentné rovniciam druhého stupňa. Aby to ukázal, vysvetľuje, ako sa aritmetický kalkul vzťahuje k operáciám geometrie.

Pritom *prekonal bariéru rozmernosti*, ktorá obmedzovala dovtedajšiu geometriu. Od antiky až po Viëta bolo násobenie dvoch úsečiek interpretované ako plocha a násobenie troch úsečiek ako objem. Ale neexistovala žiadna interpretácia pre súčin štyroch a viac úsečiek. Descartes *súčin úsečiek dĺžky a a b interpretuje ako úsečku dĺžky ab*. Všetky mocniny úsečky sú opäť úsečkou, a preto ich možno porovnávať. Takto Descartes prekonáva komplikácie, ktoré pre Viëteov systém znamenal princíp homogenity. Nepotreboval, aby koeficienty dopĺňali neznámu vždy na dimenziu najvyššieho stupňa, a mohol aj voľne deliť a odmocňovať. Až od Descarta môžeme písať rovnice v kanonickom tvare

$$x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 .$$

Takáto formula bola pred Descartom nemysliteľná. Miešať dĺžky, plochy, objemy s veličinami vyššej dimenzie nebolo možné. Až Descartes tým, že všetky členy interpretoval ako úsečky, mohol niečo takéhoto napísať. Pritom treba zdôrazniť, že premenné nepredstavujú čísla ale úsečky, pretože pojem čísla bol v tej dobe príliš obmedzený.

Descartova symbolika je podstatne dokonalejšia, než Viëteova. Parametre úlohy označuje *malými písmenami zo začiatku abecedy* (a, b, c), kým neznáme *malými písmenami z jej konca* (x, y, z), a

táto konvencia sa udržala dodnes. Mocniny píše nie pomocou slov, ako to robil Viète, ale pomocou horného indexu, ako sa to robí podnes. Výnimku tvorí iba druhá mocnina, ktorú Descartes písal ako xx . Všetky písmená, ktoré používal, predstavovali iba kladné veličiny. Na označenie záporných veličín písal znamienko mínus pred písmeno. Od Descarta pochádza aj zvyk preniesť všetky členy rovnice na ľavú stranu, a na pravú stranu písať len nulu. Descartes je prvý matematik, pri čítaní ktorého nemáme problémy s pochopením symboliky. Tá je takmer zhodná s dnešnou algebraickou symbolikou.