Katolícka univerzita

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Euclides z Alexandrie

(Semestrálna práca)

2008/2009

Viera Olšiaková
1.ročník, MAT- GEO

Život

O Euklidovom živote vieme veľmi málo. Narodil sa v Grécku, študoval v Aténach na Platónskej Akadémii, kde sa geometriu naučil od Eudoxa a Theaitéta. Kráľ Ptolemaios I. (323 – 283 p. n. l.) ho povolal do novo založenej Alexandrijskej knižnice (či Múzea), kde pracoval a taktiež učil. Medzi jeho žiakov patril taktiež Archimedes. Popri základoch geometrie sa venoval i teórii čísel, perspektíve, kužeľosečkám a sférickej geometrii.

Diela

Hlavným Euklidovým dielom sú Základy (grécky Stoicheia). Euklidove Základy boli až do druhej polovice 19. storočia po biblii najviac rozšíreným dielom svetového písomníctva. Jeho dielo nám podáva prehľad o matematických znalostiach Grékov ku koncu 4. storočia pred Kristom. Dielo tvorí 13 kníh, ktoré začínajú stanovením desiatich základných postulátov či axiómov geometrie a potom postupujú systémom „veta – dôkaz“ ku stále zložitejším konštrukciám až po tzv. Platónske telesá. Dnes vieme, že tieto knihy pochádzajú od niekoľkých autorov a sú založené na starších zdrojoch. Euklides tieto diela systematizoval a vydal. Základy sú zďaleka najúspešnejšou matematickou knihou všetkých dôb, ktorá sa používala viac než 2000 rokov. Zo Základov sa učili takí učenci ako Kopernik, Galilei, Descartes, Pascal, Newton, Lomonosov, Leibnitz, Lobacevsky a iní.

Jeho dielo Conica sa stala základom slávneho spisu Apollonia z Pergy o kužeľosečkách.

Fragment papyrusu z Oxyrhynchos z časti Euklidových Základov z rokov 75 - 125 po Kr.

Základy

Euklidove Základy je veľmi stará kniha, miestami možno i porušená. Preklady sú veľmi voľné a používajú moderné pojmy.

Ako som už spomenula Euklidove dielo Základy obsahuje 13 kníh:

1. kniha: o základoch geometrie, rovnobežkách a trojuholníkoch, dôkaz Pytagorovej vety

2. kniha: o planimetrii

3. kniha: o kružnici a kruhu

4. kniha: o tetivových mnohouholníkoch a kružnici vpísanej a opísanej

5. kniha: o pomeroch

6. kniha: o geometrickej podobnosti

7. kniha: o teórii čísel,

8. kniha: pokračovanie o teórii čísel

9. kniha: teória čísel - prvočísla, dôkaz, že prvočísel je nekonečne mnoho

10. kniha: teória iracionálnych čísel.

11. kniha: stereometrie- o geometrii telies

12. kniha: o povrchu a objemu telies

13. kniha: o pravidelných (Platónových) telesách

Ukážka, ako je napísaná 1. kniha:
Euklides najprv začína 23 základnými definíciami, v ktorých zavádza základné geometrické pojmy:

- Definícia 1.: Bod je to, čo nemá časti.
- Definícia 2.: Čiara je dĺžka bez šírky.
- Definícia 3.: Na koncoch čiary sú body.
- Definícia 4.: Priamka je čiara ktorá leží rovnomerne s bodmi sama na sebe.
- Definícia 5.: Plocha je to, čo má iba dĺžku a šírku.

Potom nasledujú tzv. Euklidove postuláty (niekedy nazývané axiomy):

- 1. postulát: Ak máme dané dva body, existuje jedna priamka, ktorá nimi prechádza.
- 2. postulát: Každá úsečka môže byť predĺžená tak, že vznikne opäť úsečka.
- 3. postulát: Je možné nakresliť u s ľubovoľným stredom a polomerom.
- 4. postulát: Všetky pravé uhly sú rovnaké.
- 5. postulát: K danému bodu a priamke možno zostrojiť práve jednu rovnobežku, ktorá prechádza daným bodom. (tzv. postulát rovnobežnosti)

Potom nasledujú axiomy týkajúce sa merania:
Napr.:

- Ak sa tri geometrické útvary rovnajú (dĺžkou nebo plochou), potom sa rovnajú prvý s druhým, prvý s tretím a druhý s tretím.
- Ak sa dva geometrické útvary rovnajú (dĺžkou nebo plochou) a pridáme ku každému rovnaké geometrické útvary, potom výsledné útvary sa opäť rovnajú.

atd.

A nakoniec Euklides končí problémy s tvrdeniami, ktoré vychádzajú z predchádzajúcich definícií a axiomov.

Napr.:

- 1. problém: Ako zostrojiť rovnostranný trojuholník.
- 2. problém: Daným bodom zostrojiť úsečku rovnakej dĺžky, akú má daná úsečka.

. . .

- 47. problém: V pravouhlom trojuholníku sa obsah štvorca oproti pravému uhlu rovná súčtu obsahov štvorcov u pravého uhla. (pri rozoberaní tohto problému Euklides robí dôkaz Pytagorovej vety)
- 48. problém: Ak v trojuholníku obsah štvorca pri jednej zo strán sa rovná súčtu obsahov štvorcov u zostávajúcich dvoch strán trojuholníka, potom uhol medzi týmito zostávajúcimi dvoma stranami je pravý. (Euklides toto tvrdenie dokazuje pomocou predchádzajúcej vety). Zároveň sa tu objavuje formulácia, ktorá bola neskôr nazvaná Euklidovou vetou o výške)

Euklides sa pokúša definovať pojmy ako bod, čiara, priamka a pod. Z dnešného pohľadu nie sú niektoré z Euklidových definícií považované za definície, lebo sa snaží definovať pojmy, ktoré sú nedefinovateľné. Medzi takéto pojmy patrí napr. bod alebo priamka, ktoré moderná matematika nedefinuje, ale považuje ich za dané. Niektoré z Euklidových definícií, napr. definícia uhla, však význam majú.

Euklidov algoritmus

Na zistenie najväčšieho spoločného deliteľa dvoch čísel existuje niekoľko algoritmov. Jedným z nich je aj Euklidov algoritmus, ktorý je efektívnejší ako algoritmus rozkladu na prvočísla, avšak pomalší ako binárny algoritmus hľadania najväčšieho spoločného deliteľa. V praxi sa pomerne často používa, vďaka svojej značnej jednoduchosti. Pseudokód rekurzívnej formy (existuje i iteratívna verzia) tohto algoritmu vyzerá nasledovne:

```
nsd( a, b )
    if b = 0 then return a
    else return nsd( b, a mod b )
```

Ide o veľmi jednoduchý algoritmus, ktorý vychádza z vlastnosti uvedenej medzi vlastnosťami funkcie najväčšieho spoločného deliteľa.

Demonštrujme tento algoritmus na príklade – budeme hľadať najväčšieho spoločného deliteľa čísel 1764 a 1428:

a	b	poznámka
1764	1428	inicializačné volanie nsd(1764, 1428) 1764 mod 1428 = 336
1428	336	1428 mod 336 = 84
336	84	336 mod 84 = 0
84	0	hodnota b je nulová, dochádza teda k rekurzii - výsledkom je číslo 84

Najväčším spoločným deliteľom čísel 1764 a 1428 je teda číslo 84. Zároveň sme mali možnosť sledovať, že platí nsd(1764, 1428) = nsd(1428, 336) = nsd(336, 84) = 84.

Euklidove vety

Euklidova veta o odvesne

Obsah štvorca zostrojeného nad odvesnou pravouhlého trojuholníka sa rovná
obsahu obdĺžnika zostrojeného z prepony a úseku na prepone priľahlého k odvesne.
Pre jednotlivé odvesny trojuholníka teda platí :

$a^2 = c.c_a$

$b^2 = c.c_b$

Euklidova veta o výške

Obsah štvorca zostrojeného nad výškou pravouhlého trojuholníka spustenou
na preponu sa rovná obsahu pravouholníka, ktorého strany sú úseky na prepone
priľahlé k odvesnám.
Pre trojuholník teda platí:

$v^2 = c_a . c_b$

Euklidove vety sú zaujímavé vzťahy v pravouhlých trojuholníkoch. Ich dôsledkom je Pytagorova veta.
Euklidov dôkaz Pytagorovej vety bol preložený do Arabčiny v roku 1258 perzským matematikom al-Tusi.

Použitá literatúra:

http://cs.wikipedia.org/wiki/Euklidovy_Z%C3%A1klady

http://cs.wikipedia.org/wiki/Eukleid%C3%A9s

http://www.ii.fmph.uniba.sk/~filit/fve/euklides.html

http://www.studnet.sk/users/matika/dusan/neeuklid/navrh/text/zivotopisy/euklides.html

http://jedule.webpark.cz/recko.html

http://www.zaf.dk/stor_opg/5.GIF

http://images.google.sk/imgres?imgurl=http://members.aol.com/mathfuzzyT

http://hroch.sk/skola/mzi/download/10_teorie_cisel.doc