KATOLÍCKA UNIVERZITA, PEDAGOGICKÁ FAKULTA, RUŽOMBEROK

História Matematiky

Meno: Anna Matkuliaková
Kombinácia: M – Nv
Ročník: štvrtý

Apolloniove úlohy

Apolloniova úloha má svoje meno podľa gréckeho geometra **Apollonia z pergy** (262 -200 pr.n.l.), ktorý sa touto úlohou zaoberal a riešil ju v diele **„O dotyčniciach“**. Jedná sa o dvojzväskovú prácu, ktorá sa bohužiaľ nedochovala. Nemôžeme totiž s určitosťou povedať, akým spôsobom Apollonius úlohu riešil. Podľa francúzskeho matematika Vieta podal Apollonius všeobecné riešenie dilatacie (pomer prírastku dĺžky úsečky k pôvodnej dĺžke úsečky), to Vieta uviedol vo svojom diele „Apollonius Gallus...“ z roku 1600 n. l..

Apollonius formuloval úlohu najprv pre tri zadané kružnice, neskôr boli tieto kružnice postupne nahradené bodom (kružnica o nulovom polomere) a priamkou (kružnica o nekonečne veľkom polomere). Originálne znenie sa nezachovalo. Je však známa reprodukcia úlohy v diele „Matematika Sinagogai“ gréckeho matematika Pappose Alexandrijského (3 stor. n. l.). Pappos uvádza úlohu v nasledujúcom znení:

„Nech sú dané tri predmety, z nich každý môže byť bodom, priamkou alebo kruhom; má sa narysovať kruh, ktorý prechádza každým z daných bodov (ak sú dané len body) a dotýkajú sa daných priamok, či kruhov.“

Z vyššie uvedeného zadania je možné vypozorovať počet možných variant úlohy. Hľadáme vždy skupiny troch objektov z troch druhov (bodov, priamok, kružníc), pričom poradia daných objektov neni podstatné. Tvoríme kombinácie s opakovaním tretej triedy z podmienok K´(k,n) = K´(3,3) = (n+k–1 k) = (3+3–1 3) = (5 3) = 10. je teda 10 rôznych prípadov (nových deväť je zvláštnych prípadov obecnej úlohy), pričom obecná úloha má najviac 8 riešení.

Apolloniova úloha sa tešila veľkému záujmu v celej svojej histórii. Zaujímali sa o ňu význačný matematici ako napríklad už spomýnaný Viet, ďalej tiež Fermat, Newton, Euler a ďalší. Už Eukleides sa vo svojej 4. knihe *Základov* venuje vyšetrovaním dvoch typov Apolloniových úloh. Kniha pojednáva o kružniciach opísaných a vpísaných trojuholníkov tj. nájdené kružnice prechádzajú troma bodmi alebo sa dotýkajú troch priamok.

Webovská učebnica sa zaoberá riešením Apolloniovej úlohy len euklidovskými prostriedkami. I Paposs vo svojom diele uvádza požiadavku Apollonia – riešenie Apolloniovej ulohy pomocou kružidla a pravítka, pričom už Apollonius poznal rovnoľahlosť a kruhovou inverziou. Sú známe ale aj iné metódy napr: použitím kúželosečiek, diskriptívnou geometriou a projektívnou geometriou a podobne.

Množiny bodov danej vlastnosti.

Ide pomerne ľahkú a rýchlu metódu, ktorá je pri riešení Apolloniových úloh veľmi využívaná. Pri riešení vždy hľadáme dve a viacej množín, z ktorých každá je množinou všetkých bodov istých vlastostí požadovaných v zadaní úlohy a každý spoločný bod hľadaných množín tak vedie k riešení úlohy samej.

Definícia

Množinou všetkých bodov daných vlastností V je množina M bodov, ktoré spĺňajú tieto požiadavky: **a)** každý bod množiny M má danú vlastnosť V. **b)** každý bod, ktorý má danú vlastnosť V, patrí do množiny M.

Pre riešení Apollonoivých úloh využijeme nasledujúce množiny bodov daných vlastností:

Os úsečky

Množina všetkých bodov roviny, ktoré majú od dvoch rôznych bodov A, B rovnakú vzdialenosť je os úsečky.

M={ X□ E 2 ;∣ AX ∣=∣ BX ∣ };tj. M=o, kde o□AB∧S□o (S−střed úsečky AB)

Os konvexnej úsečky

Množina všetkých bodov konvexného uhlu AVB, ktoré majú rovnakú vzdialenosť od obidvoch ramien uhlu AVB, je os uhlu AVB.

M={ X□ □AVB;∣ X,□VA ∣=∣ X,□VB ∣ };tj. M=□VR, kde R□ □AVB∧□AVR≅□BVR

Osi dvoch rovnobežiek

Množina všetkých bodov roviny, ktoré majú od dvoch daných rovnobežiek *p*, *q* rovnakú vzdialenosť, je zjednotenie osí všetkých uhlov určených týmito rovnobržkami.

M={ X□ E 2 ;∣ X,p ∣=∣ X,q ∣ }; tj. M= o 1 ∪ o 2 , kde o 1 ∪ o 2
je zjednotenie osí všetkých štyroch konvexních uhlov určených rôznobežkami p,q.

Talesova kružnica

Množina vrcholov všetkých bodov v rovine z ktorých je úsečku AB vidieť pod pravým uhlom je tzv. Talesova kružnica s priemerom AB, t.j. kružnica s priemerom AB s výnimkou A a B.

M={ X□ E 2 ;∣ □AXB ∣=90° };tj. M=k(S, ∣ AB ∣ 2)\{ A,B }, kde S je střed úsečky AB

Ďalej sú to množiny stredov všetkých kružníc, ktoré majú rôzne vlastnosti.