

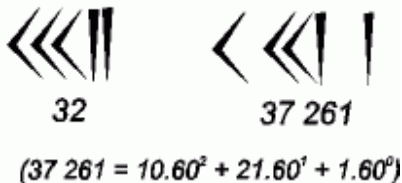
História nuly.

Pojem nuly je prekvapivo hlboký a mysliteľom trvalo veľa času, kým prišli s predstavou nuly. Čísla v ďalekej minulosti boli ponímané konkrétne a nie abstraktne. Musel prebehnúť obrovský myšlienkový skok od „5 koní“ k „5 veciam“ a k abstraktnej myšlienke „5“. Ešte väčší myšlienkový skok bol potrebný k pochopeniu nuly. Keď starovekí ľudia potrebovali kone, potom na otázku „koľko ich potrebujú?“, nemohli dať odpoveď 0 alebo -23.

Vo vývoji numerácie boli tri najdôležitejšie objavy:

1. **Zoskupovanie**: už pred päťtisíc rokmi sa takmer súčasne v rôznych krajinách - v **Mezopotámii, Egypte, Číne** - rodil nový spôsob číselného záznamu. Ľudia prišli na to, že čísla sa dajú vyjadriť aj inak, nielen zárezmi, ale že sa dá efektívne využiť aj zoskupovanie: osobitný symbol pre jednotky, desiatky, stovky. Tento objav bol veľmi dôležitý. Práca s číslami sa ohromne uľahčila.
2. **Pozícia**: U **Babylončanov** sa pri číslach do 59 uplatňoval aditívny princíp, no pri číslach väčších ako 59 sa prvýkrát uplatňuje pozícia tak, ako ju dobre poznáme z našej sústavy. Každá pozícia bola však mocninou čísla 60.

v Babylone:



32 37 261

$(37\ 261 = 10 \cdot 60^2 + 21 \cdot 60^1 + 1 \cdot 60^0)$

Aj naša desiatková číselná sústava je pozičná .

Napr. 2356 2 tisícky, 3 stovky, 5 desiatok a 6 jednotiek

3. N u l a

Nula má dve použitia:

1. Slúži ako ukazovateľ prázdneho miesta v našej pozičnej sústave.
Napr. v čísle 2106 je nula použitá tak, že pozícia 2 a 1 je správna / 2 – tisícky,
1 – stovka/
Ak by sme 0 nepoužili získame úplne iné číslo 216.
Ak by sme 0 použili v inej pozícii získame tiež iné čísla: 2016, 2160.
2. Ďalšie použitie je použitie nuly ako čísla - ako zápis „0“ a ako názov „nula“.

V skutočnosti aj keď matematici začali uvažovať o pojme nuly už v rokoch 2000-1800 pred Kr., až od roku 400-200 pred Kr. začali **Babylončania** používať symbol, ktorý sa vyvinul do toho čo dnes poznáme ako 0. Na hlinených tabuliach z obdobia 400 rokov pred Kr. boli použité, ako ukazovateľ prázdnej pozície v ich 6-desiatkovej pozičnej sústave, 2 klinové symboly // . Ale bohužiaľ to nebol jediný použitý záznam. Na tabuliach z Mezopotámskeho mesta Kisch, z obdobia asi 700 r. pred Kr., boli ako ukazovateľ prázdneho miesta v pozičnej sústave použité 3 háky.

V čase keď Babylončania začali používať nulu ako ukazovateľ prázdneho miesta v pozičnej sústave, starovekí **Gréci**, hoci dosahovali brilantné matematické pokroky, nedokázali vidieť

a prevziať ich pozičný číselný systém so všetkými výhodami. Grécke úspechy v matematike boli založené na geometrii. Inými slovami, grécky matematici nepotrebovali čísla, kým pracovali s číslami ako dĺžkami úsečiek. Výnimkou boli grécki astronometri, ktorí začali používať symbol 0, ktorý dnes poznáme ako vyjadrenie nuly. Niektorí historici tvrdia, že je to *omicron*, prvé písmeno gréckeho slova vyjadrujúceho nič *ouden*. **Otto Neugebauer** /1899-1990/ nepovažoval toto vysvetlenie za správne, lebo Gréci používali *omicron* na vyjadrenie čísla 70.

Presuňme sa teraz do **Indie**, kde nájdeme korene závažného kultúrneho počínu, akým bolo definitívne vytvorenie desiatkovej číselnej sústavy a vedomé a plánovité zavedenie nuly. **R. Mukherjee** v *Discovery of zero and its implact on Indian mathematics* tvrdí :

... matematická predstava nuly ... bola prezentovaná v duchovnej forme už pred 1700 rokmi v Indii.

Isté je, že v Indii začínajú používať nulu ako číslo okolo r. 650. Okolo roku 500 **Aryabhata** navrhol číselný systém, ktorý ešte nemal nulu, no napriek tomu bol pozičný. Namiesto 0 použil na označenie pozície slovo „*kha*“ a to bolo neskôr použité ako názov pre nulu. V niektorých indických rukopisoch bola na označenie prázdnej pozície použitá bodka, ktorá sa používala aj na označenie neznámej.

Matematici sa zhodli na tom, že prvý autentický záznam indického použitia nuly pochádza z roku **876**. Zápis hovorí o meste Gwalior / 400km južne od Delphi/, kde bola záhrada o rozmeroch 187x270 hastas, ktorá mala produkovať každý deň dostatok kvetín na 50 vencov do miestneho chrámu. Obe čísla 270 aj 50 sú zaznamenané skoro ako dnes, hoci 0 je menšia a trošku vydutá.

Teraz sa ideme pozrieť na nulu ako na „číslo“, čo si vyžadovalo viac abstrakcie, podobne ako záporné čísla. Traja indickí matematici **Brahmagupta**, **Mahavira** a **Braskara** sa pokúsili vo svojich prácach zadefinovať aritmetické operácie s nulou a zápornými číslami.

Brahmagupta /598-670/ tvrdil, že nulu získame tak, že odčítame číslo od samého seba. Ďalej zadefinoval nasledujúce pravidlá pre aritmetické operácie s nulou:

Súčet nuly a záporného čísla je záporné číslo, súčet kladného čísla a nuly je kladné číslo, súčet nuly a nuly je nula.

Rozdiel je o trošku komplikovanejší:

Záporné číslo odčítané od nuly je kladné, kladné číslo odčítané od nuly je záporné, nula odčítaná od záporného čísla je záporné číslo, nula odčítaná od kladného čísla je kladné číslo, nula odčítaná od nuly je nula.

Brahmagupta ďalej hovorí, že hocijaké číslo, keď sa násobí nulou je nula, ale problém vzniká keď ide o delenie:

Keď kladné alebo záporné číslo delíme nulou získame zlomok, v ktorom je nula v menovateli. Nula delené kladným alebo záporným číslom je nula, alebo zlomok s nulou v čitateli. Nula delená nulou je nula.

V r. 830 **Mahavira** /800- 870/ vo svojej práci *Ganita sara Samgraha* Tvrdí, že:

...číslo vynásobené nulou je nula a číslo zostáva tým istým, keď sa od neho odčíta nula. Číslo zostáva nezmenené keď sa delí nulou. / Ako vieme v tomto sa zjavne mýlil./

Braskara /1114-1185/ má aj po vyše 300 rokoch problém vysvetliť delenie nulou. Tvrdil, že číslo delené nulou je zlomok $n/0 = \infty$. Ak by mal pravdu, potom výraz n krát ∞ musí byť rovné každému číslu n , takže všetky čísla n sú rovné. Indickí matematici neboli schopní pripustiť, že nulou sa deliť nedá. *Braskara* správne tvrdil, že $0^2 = 0$ a $\sqrt{0}=0$.

Musíme pripomenúť, že boli aj iné civilizácie, ktoré používali pozičnú číselnú sústavu s nulou. Boli to aj **Mayovia**, ktorí obývali územie v Strednej Amerike. Tvorili vyspelú civilizáciu, ktorá prosperovala v období rokov 250-900. Používali číselnú sústavu, ktorá mala základ 20 a znak pre nulu - obraz lastúry. Bol to pozoruhodný prínos ale neovplyvnil iné krajiny.

Brilantná práca indických matematikov bola základom pre práce islamských a arabských matematikov. *Ibn Ezra* /1092 -1167/ napísal v 12.storočí 3 rozpravy o číslach, ktorými preniesol indické symboly čísel a myšlienku desatinných zlomkov do pozornosti niektorých európskych učencov. Trochu neskôr *Al – Samawal* /1130-1180/ napísal:

Ak odčítame kladné číslo od nuly dostaneme to isté záporné číslo. ...ak odčítame záporné číslo od nuly dostaneme to isté kladné číslo.

Taliansky matematik *Fibonacci* /1170-1250/ mal zásluhu na tom, že sa hindo-arabský číselný systém dostal do Európy. V diele *Liber abaci* popísal 9 indických symbolov čísel, spolu so znakom 0. Trvalo dlhšiu dobu, kým sa začali používať. Samotný *Fibonacci* nebol dosť odvážny používať 0 tak isto ako ostatné čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. O nule hovoril ako o „znaku“ 0, nepovažoval ju za číslo.

Mohli by sme predpokladať miesto 0 v číselnej sústave bolo od vtedy ustálené. Ale nebolo tomu tak. Napr. *Cardano* /1501-1576/ vyriešil kubické a kvadratické rovnice bez použitia nuly. Oveľa ľahšie by úlohu vyriešil, keby používal nulu.

Nula sa začala vo väčšej miere používať až v **16. stor.**, ale stále zápasila s veľkým odporom.

Aj v súčasnosti sa stretávame s problémami spôsobenými nulou. Veľa ľudí oslavovalo príchod nového milénia 1. januára 2000. Keďže kalendár nebol zostavený s rokom 0, k 1 . januáru 2000 ešte neprešlo 2000 rokov ale len 1999. Veľa ľudí nebolo schopné pochopiť, že nové miléniu sa začne až 1. januára 2001. Takže nula stále spôsobuje problémy.

Literatúra:

[1] O'Connor, J. J. – Robertson, E. F.: *A history of Zero*. In: <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Zero.html> (20. 03. 2006)

[2] Bendák, I. a kolektív: *Z histórie numerácie*. In: <http://matika.sk/zdroje/numknih.htm> (20. 03. 2006)

[3] <http://www.matika.sk/archiv/histnum.htm>

[4] <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>