KATOLÍCKA UNIVERZITA V RUŽOMBERKU

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Peter Gustav  ***Lejeune Dirichlet***

Práca z predmetu História matematiky

Stanislava Kružliaková

2008/2009

1roč. Mgr. štud. Ma-Nv

Peter Gustav Lejeune Dirichlet

Je jeden z významných Nemeckých matematikov. Narodil sa 13. februára 1805 v Dürene ako siedme a zároveň posledné dieťa svojich rodičov Johanna Arnolda Lejeune Dirichleta a jeho manželky Anny Elisabeth rod. Lindner. Jeho rodina pochádzala z Belgického mestečka Richlet. Podľa tohto mesta mali aj odvodené priezvisko Lejeune Dirichlet - "le jeune de Richelet" = "mladý chlapík z Richeletu". Jeho otec bol vedúci pošty v Dürene. Dirichletove sklony k matematike sa prejavili už v útlom dectve. Za úspory si zvykol kupovať knihy z matematiky, z ktorých si potom sám študoval. V roku 1917 začal študovať na gymnáziu v Bonne. Počas tohto štúdia sa najviac zaujímal o matematiku a históriu. Po dvoch rokoch prestúpil na Jezuitské gymnázium v Kolíne nad Rýnom. V roku 1822 začal študovať na Prírodovedeckéj fakulte Univerzity Collége de France v Paríži. Navštevoval prednášky niektorých najznámejších matematikov tej doby, vrátane Fouriera, Laplacea, Legendrea a Poissona. Veľký vplyv na jeho ďaľší rozvoj malo štúdium Gausovho veľdiela o Aritmetike. Už v tejto dobe sa už preslávil odbornými matematickými prácami. Napísal veľmi dôležitý dokument o bikvadratickéj vzájomnosti. Napísal vedeckú prácu o Veľkéj Fermatovej vete *Memoire sur l'impossibile´e de quelques´equations ind´etermin´ees du cinqui`eme degré* (Nemožnosti niektorých neohraničených výnimiek piateho stupňa) Fermat vo svojej vete tvrdil, že rovnica $x^n + y^n = z^n$ nemôže byť riešiteľná v množine celých čísel pre {x, y, z} rôznych od nuly, ak n je prirodzené číslo $n > 3$. Euler dokázal toto tvrdenie pre $n=3$ a neskôr pre $n = 4$ to dokázal Fermat. Vzhľadom k tomu, že stačilo dokázať tvrdenie pre $n = 4$ a pre všetky nepárne prvočísla $n = p > 3$, problém bol stále otvorený pre všetky prvočísla $p > 5$. Dirichlet dokázal túto rovnicu pre $n = p = 5$, $x^5 \pm y^5 = Az^5$. Zistil, že ak je číslo deliteľné 5, tak rovnica je riešiteľná. Taktiež zistil, že pre mnohé špeciálne hodnoty A, napríklad pre $A = 4$ a pre $A = 16$, nemá táto rovnica netriviálne riešenie v množine celých čísel. Dirichlet ukázal, že pre každé hypotetické netriviálne primítivne integrálne riešenia musí byť jedno z čísel x, y, z, deliteľné 5. Po viac ako 50 rokoch od Eulera, sa Dirichlet stal prvým kto sa zaoberal a dokázal Fermatove tvrdenie. Tento svoj názor prezentoval na Parížskej akadémii v júli 1825, čím sa dostal do povedomia ako vynikajúci matematik. O sedem rokov neskôr dokázal aj prípad $n = 14$. Ukázal, že pre exponent $n = 14$ sa pripúšťa žiadne netriviálne integrálne riešenie. Jeho dôkazy boli založené na úvahe v kvadratickom poli.

V roku 1827 sa už ako slávny matematik stal docentem na Univerzite v Breslave (Sliezko, dnešný Wroclaw, PL). Od roku 1831 učil ako riadny profesor na Vysokej vojenskej škole v Berlíne. V tom istom roku bol zvolený do Kráľovskej akadémie vied v Berlíne, a bol najmladším členom. Za manželku si vzal Rebeccu Mendelssohn, sestru významného skladateľa Felixa Mendelsohna. Počas účinkovania v Berlíne si dopisoval s matematikom Jacobim. Ich vzájomná korešpondencia vyvolala obrovský vplyv na jeho teóriu počtu. V roku 1837 navrhol definíciu funkcie, ktorá znela: *"Premennú veličinu y nazývame funkciou premennej veličiny x, ak každej hodnote veličiny x zodpovedá jediná, presne určená hodnota veličiny y."* Po smrti Gaussa v roku 1855 prevzal jeho post profesora v Göttingene. Bol veľmi rád, ale bohužiaľ v Göttingene nebol dlho. Počas prednášky na konferencii v Montreux, utrpel infarkt. A po návrate do Göttingenu sa dozvedel, že jeho žena práve zomrela na mozgovú mŕtvicu. Zomrel 3 mája 1859.

Objavy Petera Gustava Lejeune Dirichleta znamenali pre matematiku veľký prínos. pracoval v oblasti teórie čísel, matematickej analýzy (teória potenciálu, nekonečne rady, určitý integrál), matematickej fyziky i hydrodynamiky. Mimo iného zaviedol metódu infinitiseminálneho počtu do teórie čísel, vybudoval teóriu trigonometrických funkcí. A je považovaný za zakladateľa teórie Fourierovej radu.

Dirichletov princíp:

Dirichletov princíp je známi aj ako Holubníkový princíp. Najjednoduchšia formulácia znie takto: Ak je v n holubníkoch umiestnených viac ako n holubov, tak aspoň v jednom holubníku sú aspoň dva holuby.

Veta: Ak $|X|<|Y|$ a f: $Y \rightarrow X$ tak existujú $y_1, y_2 \in Y, y_1 \neq y_2$ také, že f(x_1)=f(x_2)

Dôkaz:

Keby také $y_1, y_2 \in Y$ *neexistovali, tak f:* $Y \rightarrow X$ *je prosté. Potom* $|Y| \leq |X|$ *a to je spor s Cantorovou-Bersteinovou vetou* *(Nech f, g sú zobrazenia, f:* $A \rightarrow B$*, g:* $B \rightarrow A$ *a f je prosté. Potom existujú množiny A1, A2, B1,B2 také, že platí:)*

$A_1 \cap A_2 = 0 \qquad B_1 \cap B_2 = 0$

$A_1 \cup A_2 = A \qquad B_1 \cup B_2 = B$

$f(A_1) = B_1 \qquad g(B_2) = A_2$

Veta: Nech $A = \{a_1,..., a_n\}$, $B = \{b_1,..., b_m\}$ sú konečné množiny a $n > m$. Potom neexistuje žiadne prosté zobrazenie f: $X \rightarrow Y$.

Ak je n objektov rozdelených do < n skupín, tak aspoň jedna skupina obsahuje aspoň dva objekty.Ak je $m*n$ objektov rozdelených do < n skupín, tak aspoň jedna skupina obsahuje aspoň m + 1 objektov.

Dirichletovo kritérium konvergencie radov

Nech $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a nech:

a) $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená, b) $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca a $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$

Potom číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konverguje.

Dôkaz.

Keďže je $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ohraničená a $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$,potom $\lim_{n\to\infty} s_n b_n = 0$

Postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$je nerastúca, potom pre všetky $n \in N$ platí

$b_n - b_{n+1} > 0$, t.j. $|b_n - b_{n+1}| = b_n - b_{n+1}$.

Potom pre n-tý čiastočný súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n - b_{n+1}| = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n+1})$platí

$t_n = (b_1 - b_2) + (b_2 - b_3) + \ldots\ldots + (b_n - b_{n\ 1})] = b_1 - b_{n+1}$.

Z toho vyplýva, že rad $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n - b_{n+1}| = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n+1})$ konverguje, pretože

$$\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n+1}) = \lim_{n\to\infty} t_n = \lim_{n\to\infty} (b_1 - b_{n-1}) = b_1 - 0 = b_1$$

Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená, t.j.existuje $M > 0$,že pre všetky $n \in N$ platí

$0 \leq |s_n| \leq M$, t.j. $0 \leq |s_n (b_n - b_{n+1})| \leq M\, |b_n - b_{n+1}|$

Potom sú splnené predpoklady porovnávacieho kritéria a rad $\sum_{n=1}^{\infty} |s_n (b_n - b_{n+1})|$konverguje.Z toho vyplýva,že konverguje tiež rad $\sum_{n=1}^{\infty} s_n (b_n - b_{n+1})$

A teda rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ konverguje.

Použitá litertúra:

http://www.uni-math.gwdg.de/tschinkel/gauss-dirichlet/elstrodt-new.pdf

http://fermatslasttheorem.blogspot.com/2005/10/johann-dirichlet.html

http://sk.wikipedia.org/wiki/Peter_Gustav_Lejeune_Dirichlet

http://wazniak.mimuw.edu.pl/index.php?title=Analiza_matematyczna_1/Wyk%C5%82ad_14:_Ca%C5%82ka_Riemanna_funkcji_jednej_zmiennej

http://www.math.uconn.edu/MathLinks/mathematicians_gallery.php?Rendition=printerfriendly

BUKOVSKÝ, L.: *Množiny a všeličo okolo nich,* Univerzita PJŠ Košice, Košice 2005

MALÁ ENCYKLOPÉDIA MATEMATIKY, Ozor, Bratislava 1978