

Zlatý rez

Zlatý rez je len jedno konkrétne číslo. Je to možno sklamanie, ale tento honosný názov naozaj nesie jedno konkrétne číslo. Na to, či je toto číslo natoľko zaujímavé, že si zaslúži vlastné meno, si môže každý urobiť vlastný názor.

Zlatý rez je pomerom dvoch častí úsečky, ktorá je rozdelená tak, aby platilo, že pomer dĺžky celej úsečky ku jej dlhšej časti je rovnaký ako pomer dlhšej časti ku kratšej. Označme tento pomer Φ . Teda ak máme úsečku AB, tak bod C treba na nej zvoliť tak, aby pre veľkosti úsečiek $|AB|$, $|AC|$ a $|BC|$ platilo $|AB|/|AC| = |AC|/|CB|$.

Ak si uvedomíme, že $|AB| = |AC| + |CB|$
a $|CB|/|AC| = 1/\Phi$,

tak ľahko odvodíme

že, $\Phi = |AB|/|AC| = (|AC| + |CB|)/|AC| = |AC|/|AC| + |CB|/|AC| = 1 + 1/\Phi$.

To znamená, že platí $\Phi = 1 + 1/\Phi$

a po úprave dostávame kvadratickú rovnicu $\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$.

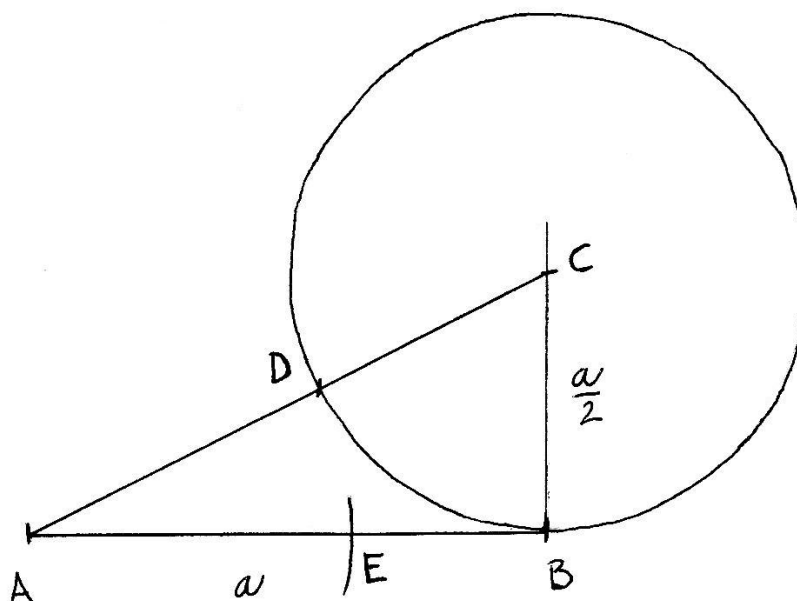
Tejto rovnosti vyhovuje jediné kladné riešenie $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2$. Teda hľadaný pomer úsečiek je $(1 + \sqrt{5})/2$, čo sa približne rovná 1,618 a tento pomer nezávisí od dĺžky úsečky.

Ukazuje sa, že uhlopriečky v pravidelnom päťuholníku sa rozdeľujú práve v pomere zlatého rezu. Vďaka tejto vlastnosti sa dá zostrojiť pravidelný päť a desaťuholník len pomocou pravítka a kružidla. Tzn. strana pravidelného 10-uholníka má rovnakú dĺžku ako väčšia úsečka vzniknutá rozdelením polomeru kružnice opísanej 10-uholníku zlatým rezom.

V praxi to znamená, že úsečku o dĺžke rovnaj polomeru r rozdelíme zlatým rezom a jej väčšiu časť nanesieme na kružnicu s polomerom r 10 krát za sebou ako tetivu a dostávame pravidelný 10-uholník. Ako vznikne pravidelný 5-uholník nechávam na pozorného čitateľa.

Ako sa dá skonštruovať zlatý rez? (pozri obr.1.)

1. Bodom B úsečky AB o dĺžke a zostrojíme kolmicu BC o dĺžke $\frac{1}{2}a$.
2. Spojíme bod A s bodom C.
3. Zostrojíme kružnicu so stredom C a polomerom dĺžky $\frac{1}{2}a$.
4. Prienikom kružnice a úsečky AC je bod D.
5. Nanesieme úsečku AD na úsečku AB z bodu A.
6. Bod E, ktorý dostaneme, rozdelí úsečku AB zlatým rezom.



obr. 1

Prvý bol Pythagoras

Prvýkrát sa so zlatým rezom stretávame u Pythagora a jeho školy. Za svoj znak si vybrali pentagram – päťcípú hviezdu, ktorú vlastne tvoria uhlopriečky pravidelného 5-uholníka. S pravidelnými 5-uholníkmi sa stretávame aj v obdobiach pred gréckou matematikou. Napríklad dodecahedron (teleso zložené z 12 pravidelých 5-uholníkov) poznali už Etruskovia pred rokom 500 pr. Kr. V tých skorých dobách sa však pochybuje o tom, že by si ich tvorcovia uvedomovali matematické vlastnosti týchto objektov. Aj Platón vo svojom spise o prírodných vedách a kozmológii *Timaeus* spomína zlatý rez a považuje ho za veľmi dôležitý pre matematiku a fyziku. Zhrnúc poznatky svojich predchodcov uvádza Euklides vo svojich *Základoch* postup konštrukcie zlatého rezu a na základe toho aj konštrukciu pravidelného 5- a 10-uholníka. V tomto období ešte neexistuje označenie zlatý rez, Euklides píše o zlatom reze ako o „delení úsečky vo vonkajšom a vnútornom pomere“.

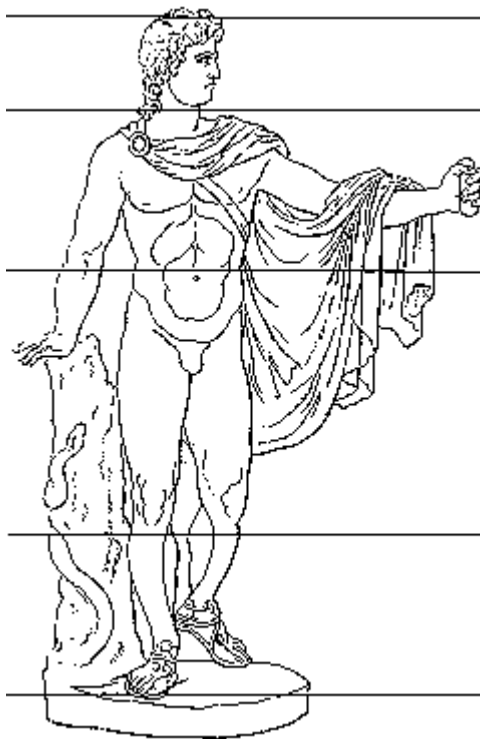
Fibonacciho postupnosť

Ďalším dôležitým medzníkom v histórii zlatého rezu je kniha Leonarda Fibonacciho *Liber Abaci*, kde sa zaoberá zvláštnou postupnosťou dnes známou pod menom Fibonacciho postupnosť. Dá sa ukázať, že pomer dvoch po sebe idúcich členov Fibonacciho postupnosti sa bude stále viac a viac blížiť k Φ .

Fí priťahuje umelcov

Vyznávači zlatého rezu hľadali oporu pre svoje tvrdenia v plánoch architektúr všetkých dôb i slohov. Najväčší pamätník zlatého rezu vidia niektorí bádatelia v Cheopsovej pyramíde a v chráme Pantheon v Aténach. Keďže sa nezachovali žiadne podklady o ich stavbe, všetky tieto domnienky sa zakladajú na meraní stavieb. Tieto stavby sú pomerne zložité a dá sa na nich odmerať množstvo dĺžok. Preto medzi nimi nie je ťažké nájsť taký pomer, aký si dopredu zvolíme. Predpoklady použitia zlatého rezu pri týchto stavbách sú príliš umelé a nezodpovedajú citu vtedajšieho obyvateľstva a stavu vtedajšej geometrie.

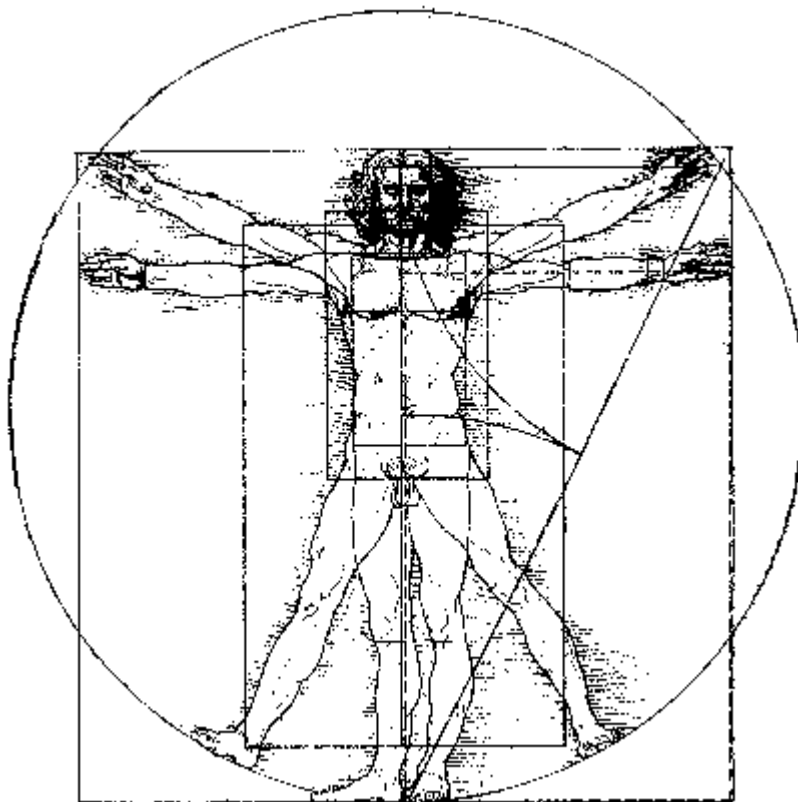
Neskôr najmä v renesancii sa udržovala mienka, že najkrajšie sú útvary, v ktorých možno nájsť zlatý rez. Učitelia radili svojim maliarskym učňom konštruovať telo podľa zlatého rezu. Filozofovia zaoberajúci sa estetikou našli na ľudskom tele zlatý rez v pomere dĺžok nad pásom a pod pásom. Ďalšie dve zúženia na ľudskom tele – krk a noha tesne pod kolenom sú hranicami zlatého rezu. (obr. 2) Zlatý rez je však statická hodnota. Je to akýsi ideálny priemer a každý človek s ním nie je na milimeter totožný. A navyše platí pre akéhosi obojpohlavného človeka, pretože je priemerom hodnôt nameraných u žien i mužov.



obr.2

Stupeň krásy určitej postavy je v tom, ako veľmi sa jej proporcie priblížili k priemerným, resp. normálnym proporciám. Individuí s priemernými proporciami je však pomerne málo a u väčšiny ľudí kolísajú okolo tohoto priemeru. Priemerné proporcie sú teda základom, z ktorého umelec pri svojej tvorbe musí vychádzať. Pokiaľ si konštruuje alebo používa kánon (vzorové rozmery), musí si uvedomiť, že ide len o jednoduché pravidlo, resp. pomôcku, a to že kánon vyjadruje hodnoty iba blízke priemeru, a že i dobrý kánon sa nehodí na všetky prípady, obzvlášť nie na extrémne.

V historickom slede bolo konštruované veľké množstvo kánonov, z ktorých niektoré mnohé umelecké školy doposiaľ používajú. "Ondrejov kríž" je kánonom rímskeho staviteľa Vitruvia. Podľa neho sa dĺžka rozpäťých horných končatín rovná výške tela a je teda možné ľudské telo zakresliť do štvorca. Okolo tejto figúry opísal kružnicu - stred je v pupku - ktorý sa tým stal prirodzeným stredom, nie však poliacim bodom tela. Túto tzv. Vitruviovu figúru používal v renesancii Leonardo da Vinci.

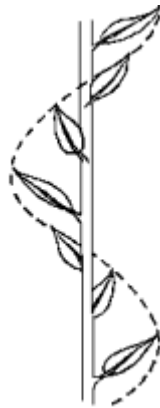


obr.3

Leonardo da Vinci si tento kánon upravil. Na obrázku proporčnej štúdie Ondrejovho kríža (obr.3) majú obdĺžniky strany v pomere zlatého pomeru. V rovnakom pomere sú umiestnené na ľudskej ruke záprstné kĺby.

Zlatý rez v prírode

Fibonacciho postupnosťami sa zaoberajú nielen matematici, ale aj botanici. Prečo? Listy, pokiaľ vyrastajú jednotlivo, sú na stonkách rozložené tak, že každý list vyrastá nad predchádzajúcim listom viac či menej posunutý o určitý uhol, ako je znázornené na obr. 4.



obr.4

Tento uhol, ktorý je pre každú rastlinu charakteristický, vyjadrujú botanici v tvare zlomku, ktorý udáva, akú časť obvodu kružnice vytína. Čísla v čitateľoch aj menovateľoch zlomkov tvoria Fibonacciho postupnosť:

$$1/2, 1/3, 2/5, 3/8, 5/13, 8/21, \dots$$

Zlatý rez sa tak nepriamo uplatňuje aj pri rozložení listov na osi rastliny.

Veda a pokrok idú stále dopredu, ideály krásy v maliarstve a sochárstve sa menia, zlatý rez zostáva - najzákladnejšie princípy zlatého rezu boli v prírode prítomné už odjakživa. Právom mu však možno prisúdiť pomenovanie zlatý-ideálny rez.

Použitá literatúra:

www.alife.sk

Quark, číslo 10, október 2005, s.40 – 41

Vypracovala: Cecília Kost'ová