

KATOLÍCKA UNIVERZITA V RUŽOMBERKU

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Zenón z Eley

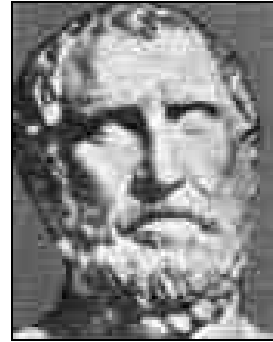
História matematiky

Lucia Hvozdíková

Mat-Inf, 4. ročník

Ružomberok 2008

Zenón z Eley (490 pred n. l. - 430 pred n.l.)



Filozof, ktorý sa vyznačoval ťažko riešiteľnými filozofickými úlohami, ktoré v dejinách myslenia označujeme ako **Apórie (paradoxy)** – bezvýchodisková situácia. Uskutočnil hlbokú analýzu pojmov „pohyb“, „zmena“, „jedno a mnohé“, „čas“ a „nekonečno“. Duchaplné príklady, ktorými dokazoval učenie svojho učiteľa, znamenajú jeden z vrcholov gréckeho myslenia. Snažil sa prostredníctvom úloh vyriešiť **problematiku zachytenia momentu pohybu v priestore a čase**. Spolu vytvoril vyše **40 apórií** - zachovalo sa iba 9. Ako prvý začal používať vo filozofii formu **dialógu**.

Apórie proti mnohosti, nimi sa snažil dokazovať nemožnosť mnohosti vecí, súcno je jedno a plné a mnohosť je len klam. Ak jestvuje mnohosť vecí, nemôže ich byť ani menej ani viac, iba toľko koľko ich je. Ale museli by byť ohraničené, keďže je ich iba istý počet. Medzi nimi sú však iné veci, a tak nemôžu byť ohraničené, preto ich nemôže byť ani mnoho. **V inej apórii** hovorí, že ak existuje mnohosť vecí, sú tak malé, že ani žiadnu veľkosť nemajú.

Argumentuje i proti jestvovaniu priestoru. Ak by jestvoval priestor, musel by jestvovať v niečom, toto znova v niečom a tak by to bol nekonečný regres. Preto priestor nemôže jestvovať. Tu už ide na iné tvrdenia ako hovorí Parmenides. Takisto sa snaží vyvrátiť, že sa veci skladajú z častí. Ak proste delíme veci, posledný etalón by mal nulovú dĺžku.

Zenón nadväzuje na Parmenidovo učenie s cieľom podložiť ho dôkazmi. Uvádza štyri dôkazy nemožnosti existencie mnohosti vecí a štyri dôkazy nemožnosti existencie pohybu. Tieto dôkazy sa opierajú o myšlienku, že je možná reálna existencia len jedného, nezmeniteľného bytia, nezávislého od priestoru a času. Miesto je deliteľné donekonečna, pretože ho tvorí nekonečná nepretržitosť. Bod je nedeliteľným miestom, pretože sa vôbec nedá rozdeliť. V dôsledku toho je pohyb nemožný. Zenón tvrdil, že konečná úsečka

môže byť rozdelená na nekonečne mnoho nových úsečiek, z ktorých každá má konečnú dĺžku. V jeho úvahách sa objavujú prvé náznaky konfliktu medzi **potenciálnym a aktuálnym nekonečnom**.

Zenón vždy bojoval proti nespravodlivosti a na sklonku života sa zúčastnil na sprisahaní proti vládcovi Nearchovi. Sprisahanie bolo odhalené, Zenona mučili, aby prezradil mená svojich spoločníkov. Vtedy urobil neuveriteľný čin, naklonil sa k vládcovi, odhryzol si jazyk a vyplul mu ho do tváre.

Jeho oponentom bol Diogénes, známy svojím askétskym spôsobom života (žil vo veľkom hlinenom sude, pil z mlák.....) Raz ho vyhľadal Alexander Veľký práve včase, keď sa vyhrieval na slniečku. Na jeho otázku , či si niečo žiada odpovedal:

„*Ustúp mi zo slnka!*“



Učenie o apóriách, tzv. **Zenónove paradoxy**:

1. Dichotómia – pohybujúci sa predmet musí najskôr prejsť polovičku svojej cesty, z nej zasa polovičku a to trvá do nekonečna, predpokladal, že predmet, nech by sa pohyboval akokoľvek rýchlo, nikdy nedosiahne konečný bod svojej dráhy.

2. Achilles a korytnačka - rýchlonohý Achilles nikdy nedobehne korytnačku, ktorá sa pohybuje vpred v tom istom smere a ktorej na začiatku pretekov dal malý náskok: kým dobehne do bodu, z ktorého korytnačka vyštartovala, tá je už o kúsok vpredu. Pravdaže aj do tohto nového bodu Achilles čoskoro dobehne, no korytnačka je opäť pred ním. Tieto úseky sa síce skracujú, ale nikdy nebudú nulové a bude ich nekonečný počet.

Matematicky vyjadrené: (A=Achilles, K=korytnačka)

$$/AK/ > /KK_1/ > /K_1K_2/ > /K_2K_3/ > \dots > /K_{n-1}K_n/ > 0$$

Pretože je úsekov nekonečný počet, preto ich súčet predstavuje nekonečne dlhý čas, čiže Achilles korytnačku nikdy nedobehne. Zenónove úvahy sú založené na tom, že Achilles zníži náskok korytnačky za každý rovnaký časový úsek o rovnakú časť. Čiže náskok korytnačky bol na začiatku (v čase t_0) rovný vzdialenosti X a za určitý čas t sa znížil napríklad o polovicu, t.j. v čase t_1 bol náskok rovný vzdialenosti $X/2$ a potom sa opäť znížil o polovicu (čiže bude rovný $X/4$) atď. Tieto vzdialenosti vytvárajú takzvaný nekonečný geometrický rad, ktorý je v tomto prípade aj konvergentný. Konvergentný je preto, lebo koeficient q , s ktorým sa menia vzdialenosti, patrí do intervalu $(-1,1)$.

Ale už tu by sa dal nájsť prvý nedostatok Zenónovej teórie. Ak uvažujeme, že Achilles aj korytnačka konajú rovnomerný pohyb a zároveň, že Achilles je rýchlejší než korytnačka, potom postupne znižujúce sa vzdialenosti sa nemôžu pokladať za geometrický rad. Dôvod je ten, že hodnoty v geometrickom rade sa postupne zvyšujú alebo znižujú o nejaký násobok a v tomto prípade sa za každú sekundu zníži vzdialenosť medzi Achillom a korytnačkou o určitú vzdialenosť²- diferenciu.

Prenesenie pojmu potenciálneho a aktuálneho nekonečna na prípad Achilla a korytnačky znamená, že Zenón pridával ďalšie a ďalšie úseky, ale matematicky a fyzikálne správne je vidieť dráhu ako aktuálne nekonečno: úsekov je nekonečne veľa, a sú súčasne nekonečne malé.

Uvažujme, že Achilles je desaťkrát rýchlejší ako korytnačka a dá korytnačke náskok 10 metrov. Kým Achilles prejde 10 metrov, korytnačka prejde 1 meter. Keď A. zdolá ďalší meter, korytnačka je pred ním ešte o 10 centimetrov, atď. Vzďialenosti vytvárajú postupnosť - nekonečný geometrický konvergentný rad, ktorý my, na rozdiel od Zenóna, už vieme sčítať pomocou limity postupnosti. Čiže nám vyjde výsledok, že Achilles dobehne korytnačku vo vzdialenosti $11 \frac{1}{9}$ metra od miesta, z ktorého vyštartoval.

3. Letiaci šíp - letiaci šíp pozorovaný v ľubovoľnom momente svojho letu sa nachádza na určitom mieste v priestore, kde je práve v kľude. Potom je v kľude i v celom čase, čo znamená, že letiaci šíp sa počas celého letu nepohybuje, je nehybný. Zenón rozdelil pohyb do nekonečne veľa časových úsekov nulovej dĺžky, preto sa mu v každej polohe javí šíp, akoby bol v kľude. Nevedel, že vo fyzike treba dráhu a čas diferencovať súčasne v počte úsekov a dĺžke úsekov, ako to správne robí diferenciálny a integrálny počet, teda $ds/dt=v$, pričom rýchlosť v pohybu je konštantná a nenulová. Diferenciálny a integrálny počet zdôrazňuje, že diferenciály ds , dt sú nenulové.

4. Štadión - na protíľahlých koncoch pretekárskej dráhy ihriska sú dvaja bežci, pričom každý z nich potrebuje jeden atóm času, aby dobehol na druhý koniec ihriska. Obaja bežci vybehnú súčasne oproti sebe z protíľahlých koncov. Pri ich stretnutí na dráhe sa atóm času delí na polovicu, čo protirečí východiskovému predpokladu o nedeliteľnosti atómu. Z toho vyplýva, že pohyb je nemožný, ak pripustíme, že čas je diskretný.

Dá sa predpokladať, že Zenón nebol vážne presvedčený o tom, čo vo svojich dôkazoch tvrdil. Cieľ jeho dôkazov bol iný, chcel ukázať, že vhodnou argumentáciou môže vyvrátiť čokoľvek. Ako argument použil matematiku, konkrétne matematické nekonečno, ale nesprávne ho pochopil. To, že to bolo možné, poukazuje na fakt, že pojem matematické nekonečno nebol v starovekom Grécku dobre definovaný a ľudia mali len hmlistú intuitívnu predstavu o nekonečne. Zenón pripustil existenciu iba potenciálneho nekonečna, nepoznal aktuálne nekonečno.

Zenón chcel povedať, že filozofické poňatie pohybu je v akomsi rozpore samo so sebou, a to je dôvod, prečo nemožno pohyb matematicky zachytiť. Dnes je jeho uvažovanie pochopiteľné, pretože pojem pohyb bol správne pochopený až v novoveku Galileom. Zenónove dôkazy sa pokúšal vyvrátiť už Aristoteles, ale iba bežným ľudským poznaním, tým že pohyb existuje, teda neúspešne. Dlho po ňom sa radšej do vyvrátenia Zenónových dôkazov nikto nepúšal, aby sa vyhol posmechu od ostatných za to, že sa mu to nepodarilo. Zenónove dôkazy možno považovať za druh matematických paradoxov - podľa používanej teórie sú možné 2 alebo viac odporujúcich si tvrdení. Možno ich vyvrátiť jedine matematicky z nadhľadu.

Literatúra:

Š. ZNÁM – L. BUKOVSKÝ – M. HEJNÝ – J. HVORECKÝ – B. RIEČAN: *Pohľad do dejín matematiky*. Bratislava : ALFA, 1986.

DIRK J. STRUIK: *Dejiny matematiky*. Praha : Obris, 1963.

DALIMÍR HAJKO: *Tvorcovia veľkých myšlienok*. Bratislava : Smena, 1998.