Katolícka univerzita, Pedagogická fakulta v Ružomberku

Hippiasová kvadratrix

(práca z Histórie matematiky)

Meno: Anna
Priezvisko: Hrešková
Kombinácia: matematika – náboženská výchova
Ročník: štvrtý

20. apríla 2006 v Ružomberku

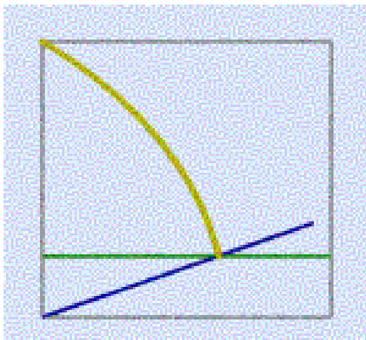
Hippias Elidský

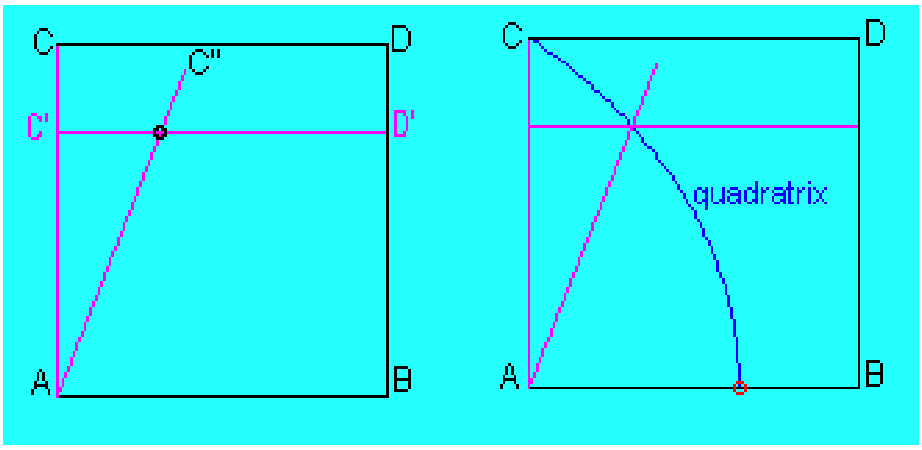
Na vznik „základov“ mali vplyv i práce sofistov. Títo filozofi a prírodovedci (5 až 4 str. pred n. l) odmietali náboženstvo a hľadali racionálne vysvetlenie prírodných javov. Niektorí z nich „starší“ boli materialisti, naopak iní väčšinou „mladší“, sa prikláňali k filozofickému relativizmu, skepticizmu a idealizmu.

K sofistom patril aj Hippias Elidský, ktorý sa narodil okolo roku 460 pred n. l. Pochádzal z mesta Elid, ktoré sa nachádza severozápadne od Peloponézskeho polostrova, domova Olympijských hier. Bol odborníkom v oblasti matematiky, astronómie, gramatiky, hudby, literatúry, histórii a ovládal niektoré remeslá. Povráva sa, že na jedných Olympijských hrách sa objavil nádherne oblečený v kostýme, ktorý si vlastnoručne vyrobil.
Hippiasovi sa pripisuje objav zvláštnej krivky, ktorá bola neskôr nazvaná „kvadratrix“.

Hippiasová kvadratrix

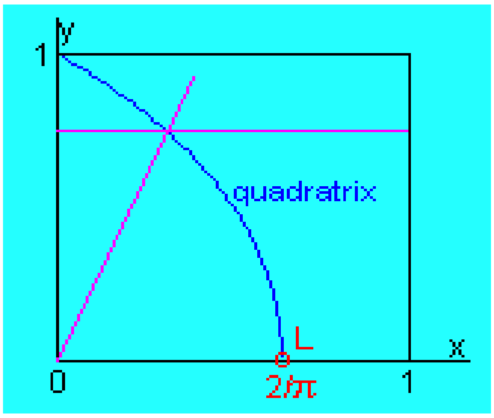
Krivka je definovaná, ako cesta „*pochádzajúca od Boha*“.
Máme daný štvorec ABDC. Dajme tomu, že AC sa rovnomerne otáča okolo bodu A až kým nie je totožná s AB. Súčasne CD rovnomerne klesá k AB, takže všetky jej polohy sú vzájomne rovnobežné. Množinu bodov, ktoré sú spoločné pre obe úsečky v príslušných okamihoch pohybu je „kvadratrix“, presnejšie jej časť, pretože táto krivka má nekonečne veľa vetví.

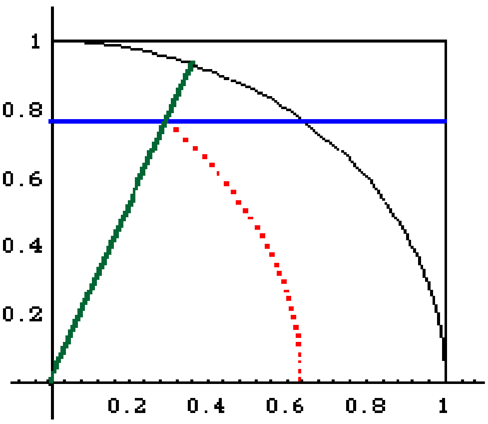




Ak si zvolíme AC = a, potom je rovnicou tejto krivky v súradnicovej sústave s počiatkom v bode A, B[1,0], C[0,1], D[1,1] vzťah $\mathbf{y = x\ cotg\ \pi x/2a}$, z čoho vyplýva, že

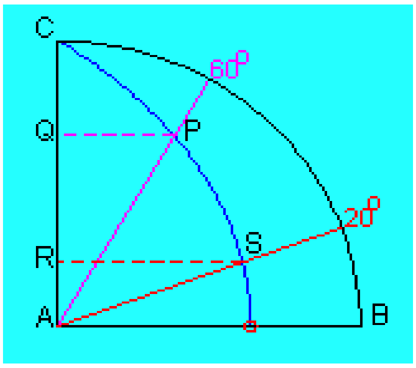
$$\mathbf{y_0 = \lim_{x \to \infty} x\ cotg\ \pi x/2a = 2a/\pi}$$

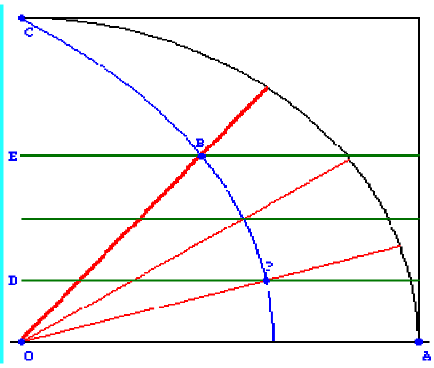




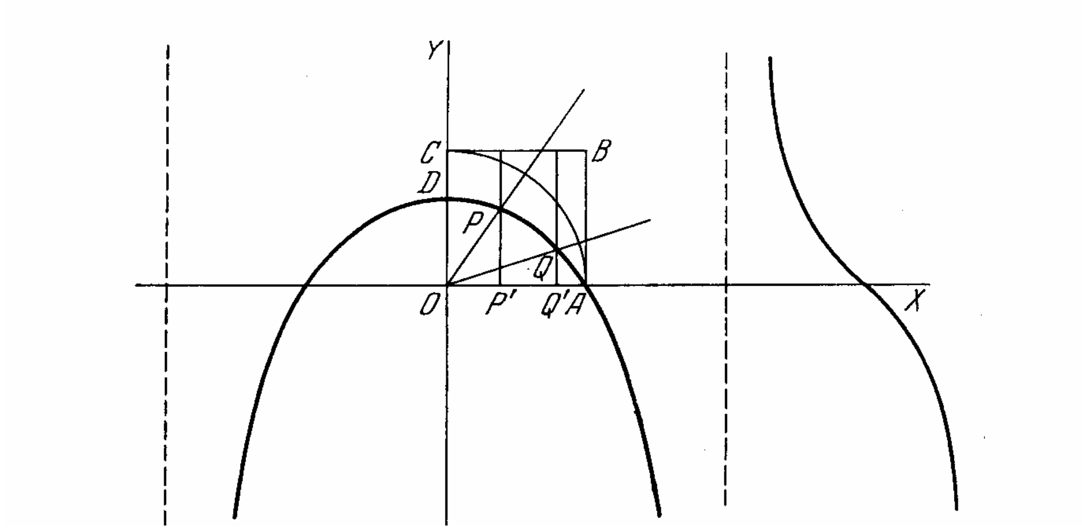
Trisekcia uhla

Slovo trisekcia je latinského pôvodu, seco = krájať, rezať. Trisekovať v matematike znamená deliť na tri rovnaké časti. Úsečku vedeli ľudia trisekovať už pred štyrmi tisícročiami, uhol nevieme trisekovať dodnes. Utešuje nás vedomie, že naši potomkovia na tom budú lepšie. Aby nedošlo k omylu. Existujú niektoré uhly, ktoré vieme trisekovať (180°, 90°, 108°, 45°, ...), ale väčšinu uhlov trisekovať nevieme a vedieť nebudeme. Medzi ne patrí napríklad aj uhol 40°. Nemožnosť trisekcie dokázal francúzsky stavebný inžinier P. A. Wantzel v roku 1937.





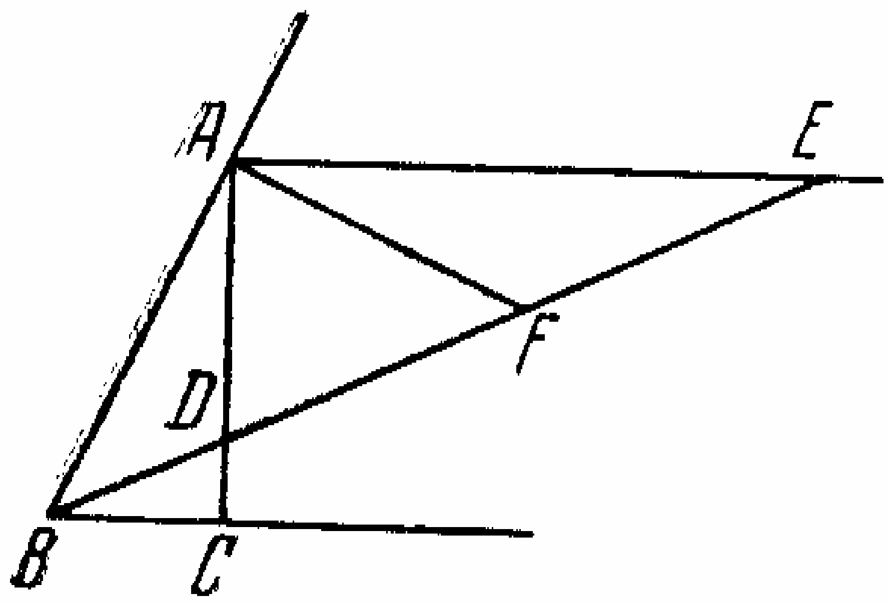
Hippias používal k deleniu uhla na tri rovnaké časti krivku kvadratrix, teda k „trisekcii uhla“. Ak chceme rozdeliť uhol POA na tri rovnaké časti, , spustíme kolmicu PP´ na OA, potom zostrojíme AQ´= 1/3 AP´, vedieme Q´Q rovnobežne s P´P a určíme priesečník Q tejto priamky s kvadratrix, potom je uhol QOA = 1/3 uhla POA.



„Trisekcia uhla“ spolu s „kvadratúrou kruhu“ a s „zdvojením kocky“ boli tri známe geometrické problémy. Celých dvetisíc rokov sa ich matematici snažili presne vyriešiť iba pomocou kružidla a pravítka (pritom sa dodržiavalo iba prípustné narábanie s týmito nástrojmi), tieto postupy boli neskôr zahrnuté do Euklidovských „Základov“ ako 1. a 2. postulát.

Hippiasove riešenie úlohy pomocou kvadratrix sa považovalo za neprípustné. Približne v rovnakom čase vznikol druhý spôsob riešenia, ale ani ten nezodpovedal prípustným postupom, aj napriek tomu, že sa pri ňom používa iba pravítko. Ide o tzv. „metódu vkladania“.

Ak chceme rozdeliť uhol ABC na tri rovnaké časti vedieme priamku AC kolmú k BC a AE rovnobežnú s BC. Na pravítku si označíme body D, E tak, aby DE = 2AB. Pravítko potom otočíme okolo bodu B a súčasne ním posúvame tak dlho, dokiaľ bod E neleží na AE a bod D na AC. Takto „vložíme“ úsečku DE. Vidíme, že ak je F stred úsečky DE, potom v pravouhlom trojuholníku ADE platí DE = AF = FE a teda AF = AB. To znamená, že trojuholník ABF je rovnoramenný a preto uhol ABF = uhol AFB. Avšak trojuholník AEF je tiež rovnoramenný a teda uhol AEF = uhol FAE. To znamená, že uhol AFB = 2uholAEF = 2uholCBF a teda uhol CBF = 1/3 uhol CBA.



Hippiasovú kradratrix , ktorá sa mohla použiť k deleniu uhla nie len na tri, ale na ľubovoľný počet rovnakých častí, využil Dinostratus (okolo roku 350 pred n. l.) k riešeniu kvadratúry kruhu. Dinostratus dokázal, že pre túto krivku platí $y_0 = 2a/\pi$, nepoužil pri tom limitný prechod.