

Katolícka univerzita v Ružomberku
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

DIOFANTOS Z ALEXANDRIE
(Seminárna práca)

Viktória Holečková
MA – HV, 1. ročník, Mgr.

Šk. rok: 2008/2009

Diofantos z Alexandrie

Grécky matematik, jedna z najväčších záhad v histórii matematiky. Žil asi okolo roku 250 n. l. , presný dátum jeho narodenia a úmrtia nie je známy. V gréckej antológii existuje jeden epigram dotýkajúci sa dát Diofantovho života, ktorý má vyrytý aj na svojom náhrobku:

„Pútnik! Tu odpočíva popol Diofantov. A čísla hovoria, je to zázrak, aký dlhý bol jeho život. Šestina života patrila krásnemu detstvu. Ešte dvanástina života ubehla, než sa jeho brada pokryla páperím. Sedminu života strávil v bezdetnom manželstve. Uplynulo ďalších päť rokov a radoval sa z narodenia krásneho syna, toho, ktorému Osud vymeral veselý a žiariaci život na tejto Zemi, ale dlhý len polovicu toho, čo otcovi. A v hlbokom smútku ukončil starý muž svoju púť tu na Zemi, štyri roky po strate syna.“¹

Odtiaľ vyplýva pre Diofantov vek x aj rovnica:

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x,$$

z čoho vychádza, že sa Diofantos dožil 84 rokov.²

Prínos

- sformuloval mnohé vety z teórie čísel (o rozkladoch čísel na súčty druhých mocnín)
- mal v pláne obnoviť aritmetiku v tom zmysle, ako ju chápal Platón, t. j. ako náuku o celých číslach a ich vlastnostiach
- ako prvý systematicky používal algebraické symboly
- v rovnici použil špeciálne znaky pre označovanie mocnín
- symbolicky vyjadroval aj odčítavanie a rovnosť
- anticipoval algebraickú symboliku zavedením písmen ako symbolov
- zaviedol záporné čísla

¹ Diofantos z Alexandrie. [cit. 2009-28-04] Dostupné na internete: www.gymvod.cz/dokumenty/Diofantos.pps, slide 8.

² Porov.: Kolman, A.: Dejiny matematiky v staroveku. Praha: Československá akadémia vied, 1968, s. 195.

- sú po ňom pomenované diofantické rovnice
- jeho najznámejšie dielo je trinásťdielny spis Aritmetika³

Aritmetika

Dielo sa skladá z 13 kníh, z ktorých sa iba šesť zachovalo a je výsledkom niekoľkoročného štúdia, na ktorom vidno skôr stopy matematiky Orientu než gréckej matematiky. Ich najstarší rukopis bol nájdený vo vatikánskom kódexe z 8. storočia.⁴ „Rukopis 4. – 7. knihy sa nachádza v Iraku.“⁵ V počte vyriešených úloh sa autori rozchádzajú, v jednej knihe sa spomína 130 problémov, v inej zase 189. Hoci sa v spise zaoberal konkrétnymi úlohami, možno ho považovať za dielo značného teoretického významu.

V knihe dôsledne zaviedol svoju algebraickú symboliku, pred Diofantom však u Grékov neobvyklú. Neznáma veličina (naše x) je pre neho neurčeným množstvom jednotiek, nazýva ju „ἀριθμός“, t. j. číslo a zavádza pre neho znak S'. Diofantos zaviedol pre jednotlivé mocniny (do šiestej) neznámej veličiny zvláštne mená a označenia, ako:

$$x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6$$

$$\varsigma, \delta^\nu, \chi^\nu, \delta\delta^\nu, \delta\chi^\nu, \chi\chi^\nu$$

Aj pre prevrátené hodnoty prvej a šiestej mocniny, t. j. pre $\frac{1}{x}, \dots, \frac{1}{x^6}$ mal pomenovanie, ktoré

tvoril pomocou koncovky $\tau\omicron\nu$, napr. $\frac{1}{x^2}$ nazýval $\delta\nu\nu\alpha\mu\omicron\varsigma\tau\omicron\nu$ atď.

Diofantovým základným prínosom do matematiky bol jeho spôsob riešenia neurčitých rovníc. Ak za riešenie pokladal iba kladné racionálne číslo, tak je zrejmé, že sa vôbec nezaoberal lineárnymi neurčitými rovnicami. Pri riešení kvadratických, kubických, či bikvadratických rovníc nehľadal bezpodmienečne celočíselné korene tak, ako to robíme dnes, keď hovoríme o „diofantických rovniciach“.⁶

V „Aritmetike“ sú okrem úloh spomenuté aj vety vzťahujúce sa k teórii čísel, napr.:

a) Ak je dané číslo a , a x a y sú také čísla, že výrazy $x+a, y+a$ a $xy+a$ sú druhé mocniny, tak rozdiel druhých mocnín $x+a, y+a$ je 1 (napr. ak $a = 5$, tak $x = 4, y = 11$).

³ Porov.: Diofantos z Alexandrie. Dostupné na internete: www.gymvod.cz/dokumenty/Diofantos.pps, slide 3.

⁴ Porov.: Kolektív: Ottův slovník naučný – 7. díl. Praha, J. Otto, 1893, s. 563.

⁵ Diofantos z Alexandrie. [cit. 2009-28-04] Dostupné na internete: www.gymvod.cz/dokumenty/Diofantos.pps, slide 5.

⁶ Kolman, A.: Dejiny matematiky v staroveku. Praha: Československá akademie věd, 1968, s. 197.

b) Ak sú n^2 a $(n+1)^2$ dva po sebe idúce druhé mocniny a vezmúc aj číslo $4(n^2 + n + 1)$, tak táto trojica čísel má vlastnosť, že súčin ľubovoľnej dvojice zväčšený buď o ich súčet alebo o tretie číslo, je druhou mocninou.⁷

Diofantos predložil a rozriešil túto úlohu:

„Nájdite také tri (prirodzené) čísla, aby ich súčet, ten istý ako súčet ktorýchkoľvek dvoch z nich, tvoril druhú mocninu nejakého čísla.“

Jednu takú trojicu čísel Diofantos našiel, a to 80, 320, 41. Vidíme, že

$$80 + 320 + 41 = 441 = 21^2.$$

Súčet každej dvojice týchto čísel je tiež druhou mocninou:

$$80 + 41 = 121 = 11^2$$

$$320 + 41 = 361 = 19^2$$

$$80 + 320 = 400 = 20^2.$$

Akým spôsobom našiel Diofantos tieto čísla?

Pri použití dnešnej (dosť skrátenej) symboliky bol jeho myšlienkový pochod približne taký: Označme si hľadané písmená a, b, c . Diofantos používal len jednu neznámu x a predpokladal, že

$$\text{I. } a + b + c = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2,$$

$$\text{II. } a + b = x^2,$$

$$\text{III. } b + c = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2.$$

Z týchto rovností dostal $a = 4x$ a $c = 2x + 1$, a odtiaľ $a + c = 6x + 1$. Potom zvažil, že $a + c$ má byť druhou mocninou iného čísla a z toho vyvodil, že x je rovné číslu 20. (Samozrejme, že to nie je jediné riešenie príkladu. Existuje nekonečne veľa prirodzených čísel, ktoré spĺňajú všetky podmienky kladené na x . Na druhej strane sú aj také riešenia, ktoré sa nedajú vypočítať uvedeným spôsobom. Patrí sem napr. trojica 249, 480, 1120.)⁸

Okrem vypracovania aritmetiky celých čísel bol jeho najväčším prínosom aj oslobodenie pojmu číslo od geometrického názoru (v gréckej matematike sa pod číslom rozumela úsečka). To mu dovoľovalo spočítavať čísla rôznych mocnín, čo nakoniec malo za následok vyšetovanie nehomogénnych rovníc vyšších stupňov. Preto možno Diofanta pokladať za zakladateľa algebry, ktorá nestála na báze geometrie, ale aritmetiky.

⁷ Porov.: Kolman, A.: Dejiny matematiky v staroveku. Praha: Československá akademie věd, 1968, s. 199.

⁸ Porov.: Mrázek, J.: Taje matematiky. Praha: Práce, 1986, s. 34.

K jeho menej známym dielam patria aj knihy „O mnohouholníkoch“, „O polygonálnych číslach“, „Úvod ku geometrickým základom“ a „Príklady s viacerými riešeniami“.⁹

Záver

Diofantova „Aritmetika“ sa svojou širokou škálou problémov a metód stala zdrojom inšpirácie matematikov starého i nového veku. Ako v iných oblastiach kultúry, taktiež aj matematici z krajín rímskeho impéria nasledujúci Diofanta, boli skôr komentátormi ako samostatnými tvorivými pracovníkmi. Na druhej strane im vďačíme za svedectvo o niektorých dnes stratených spisoch klasikov antickej matematiky.¹⁰

⁹ Porov.: Diofantos z Alexandrie. Dostupné na internete: www.gymvod.cz/dokumenty/Diofantos.pps, slide 6.

¹⁰ Porov.: Matematika v zemích Římského imperia. Dostupné na internete: http://www.kmt.zcu.cz/subjects/DEJINY_M/w_rim.htm

Zoznam bibliografických odkazov

KOLEKTÍV: Ottův slovník naučný – 7. díl. Praha, J. Otto, 1893.

KOLMAN, A.: Dejiny matematiky v staroveku. Praha: Československá akademie věd, 1968.

MRÁZEK, J.: Tajie matematiky. Praha: Práce, 1986.

Diofantos z Alexandrie. Dostupné na internete: www.gymvod.cz/dokumenty/Diofantos.pps.

Matematika v zemích Římského imperia. Dostupné na internete:
http://www.kmt.zcu.cz/subjects/DEJINY_M/w_rim.htm.