

História matematiky

Euklidove vety

Meno: Jana Galovičová

Ročník: štvrtý

Dátum: 28.4. 2006

Euklides



* okolo 325 pred n. l.
+ okolo 265 pred n. l. Alexandria, Egypt

gr. Eukleidés
lat. Euclides

Euklides z Alexandrie bol jedným z najväčších matematikov staroveku. Euklides študoval v platónskej akadémii v Aténach a neskôr pôsobil v Alexandrii. Svojím 13 zväzkovým dielom *Základy* v ktorom spresnil deduktívne chápanie matematiky, založené na definíciách, všeobecných pojmoch, t. j. na súhrne princípov, ktoré dnes označujeme ako 'axiómy', a na vzájomne od seba nezávislých postulátoch, výrazne ovplyvnil ponímanie matematických vied. Zo Základov sa učili takí učitelia ako Kopernik, Galilei, Descartes, Pascal, Newton, Lomonosov, Leibnitz, Lobačevsky a iní.

Z Euklidových postulátov je najznámejší posledný, piaty, že bodom v rovine možno viesť len jednu rovnobežku k danej priamke: mnohí sa totiž tento postulát pokúšali odvodiť z predchádzajúcich.

Celé dielo 'Základy' pojednáva o rovinnej geometrii, teórii čísiel a priestorovej geometrii (vrátane Platónových päť pravidelných telies). Toto chápanie geometrie bez námietok platilo až do 19. storočia. Pri písaní Základov chcel Euklides bezpochyby uskutočniť ideál prísne logicky vybudovaného systému. Všetko malo vyplývať buď z axióm alebo postulátov, pričom každá veta mala byť dokázaná a každý nový termín mal byť korektné definovaný pomocou už definovaných pojmov.

Ako to už obyčajne býva, ideál je nedosiahnuteľný, nech sa vynaloží akékoľvek úsilie. Euklides sa pokúsil o definície takých elementárnych pojmov ako boli bod alebo priamka. Napríklad o bode hovorí: "*bod je to, čo nemá časti*"

Na druhej strane, zase používal také pojmy, ktoré nikde nedefinoval. Ide o prípad "*bod leží na priamke*", pričom chápe pojem "leží na" za dobre známy a nijako bližšie ho nevysvetľuje.

Euklidovi sa podarilo vysloviť aj niekoľko definícií, ktoré nikde v práci nepoužil a logicky sa vôbec neuplatnili.

Problém nastal aj s axiómou spojitosti, ktorú nikde neuviedol. Spojitosť iba mlčky predpokladal.

V každom prípade, Euklidove Základy boli v podstate až do XX. storočia vzorom presnosti a bezspornosti, dôležitým odrazovým mostíkom k axiomatizovanému budovaniu matematických teórií.

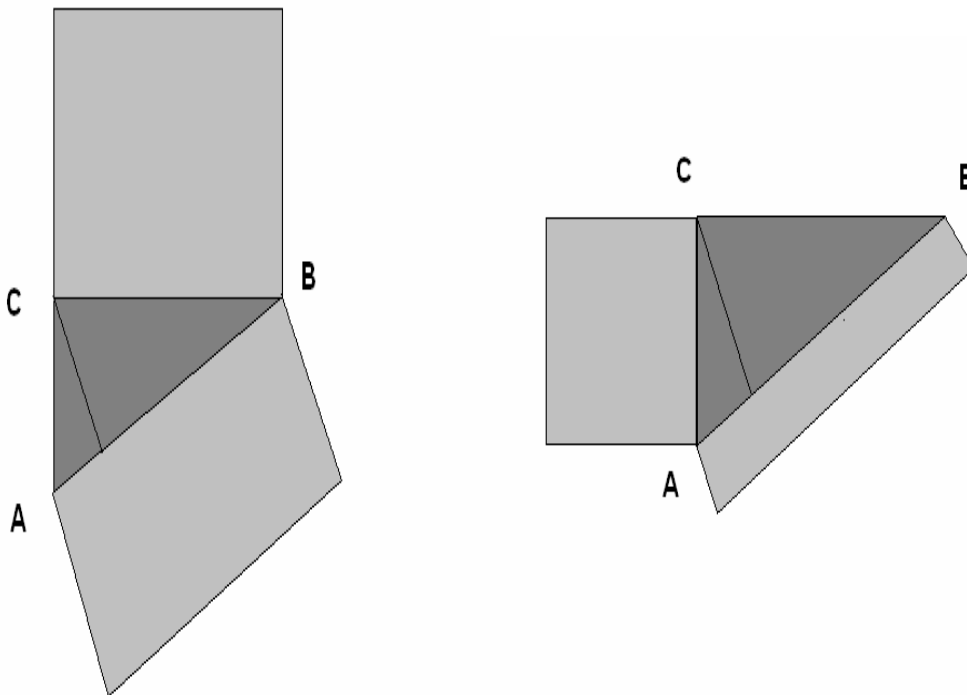
Euklidove vety

Euklidova veta o odvesne

Obsah štvorca zostrojeného nad odvesnou pravouhlého trojuholníka sa rovná obsahu obdĺžnika zostrojeného z prepony a úseku na prepone príľahlého k odvesne. Pre jednotlivé odvesny trojuholníka teda platí :

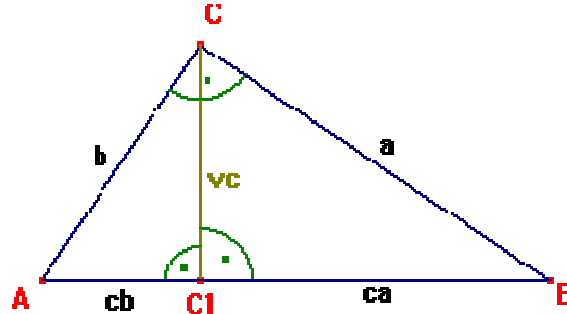
$$\mathbf{a^2 = c \cdot c_a}$$

$$\mathbf{b^2 = c \cdot c_b}$$

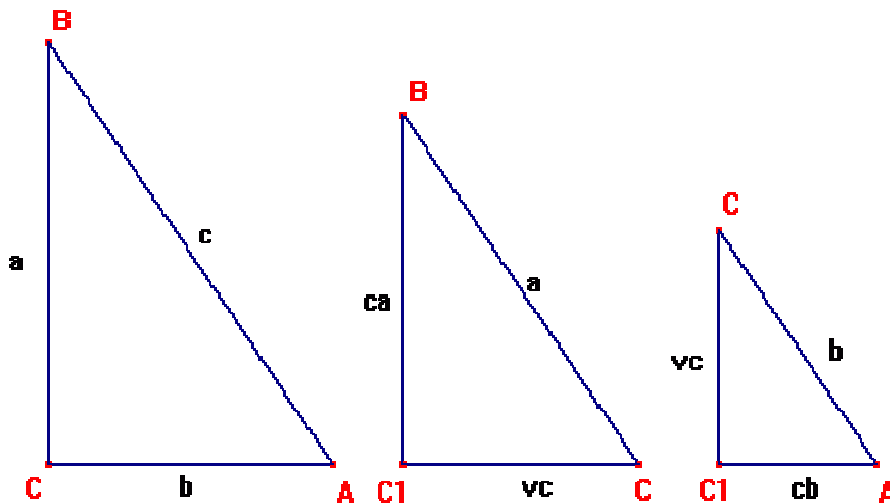


Je to naozaj tak?

Nech je daný takýto pravouhlý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole C.



Z nasledujúceho obrázka vidno, že trojuholníky BCC1 a ABC sú podobné (podľa vety uu). Preto platí : $a / ca = c / a$. Teda $a^2 = c \cdot ca$
Taktiež trojuholníky ACC1 a ABC sú podobné (podľa vety uu). Preto platí : $b / cb = c / b$. Teda $b^2 = c \cdot cb$

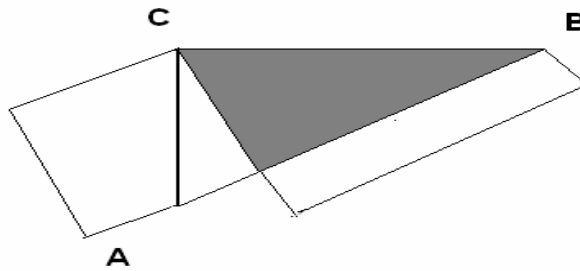


Euklidova veta o výške

Obsah štvorca zostrojeného nad výškou pravouhlého trojuholníka spustenou na preponu sa rovná obsahu pravouholníka, ktorého strany sú úseky na prepone priľahlé k odvesnám.

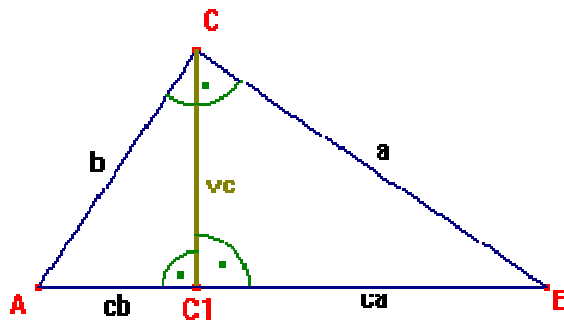
Pre trojuholník teda platí:

$$v^2 = c_a \cdot c_b$$

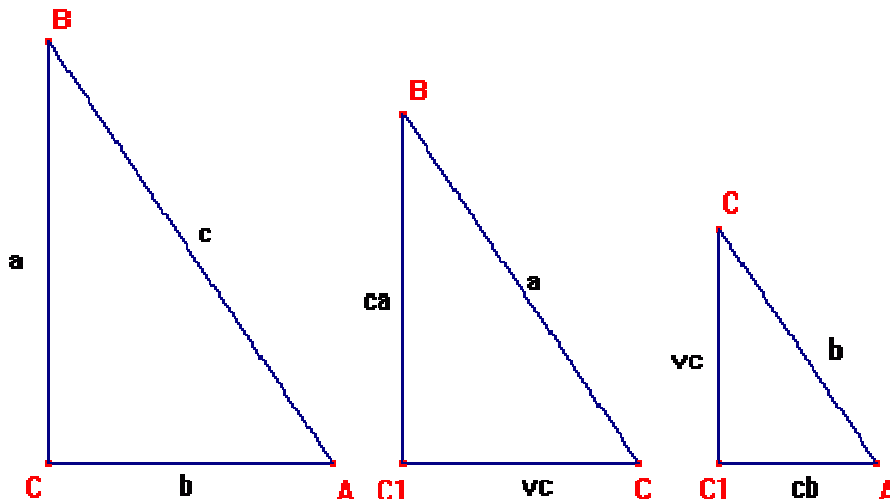


Je to naozaj tak?

Nech je daný takýto pravouhlý trojuholník ABC s pravým uhlom pri vrchole C.



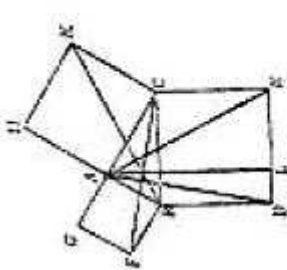
Z nasledujúceho obrázka vidno, že trojuholníky ACC1 a CBC1 sú si podobné (podľa vety uu). Teda platí: $vc / ca = cb / vc$. Úpravou potom dostaneme: **$vc^2 = ca \cdot cb$**



Euklidovy vety sú zaujímavé vzťahy v pravouhlých trojuholníkoch. Ich dôsledkom je pytagorova veta.

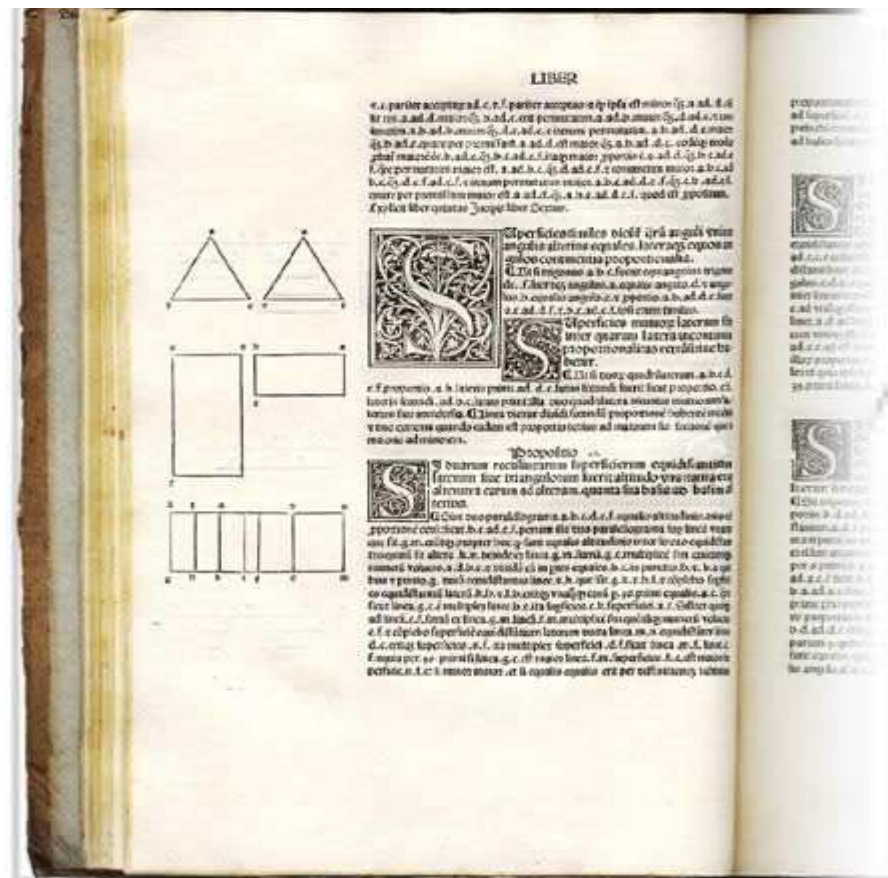
Obrazová príloha:

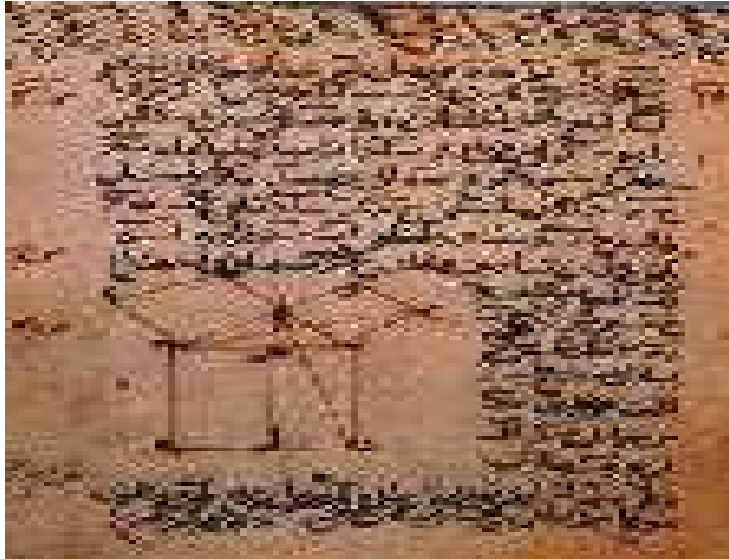




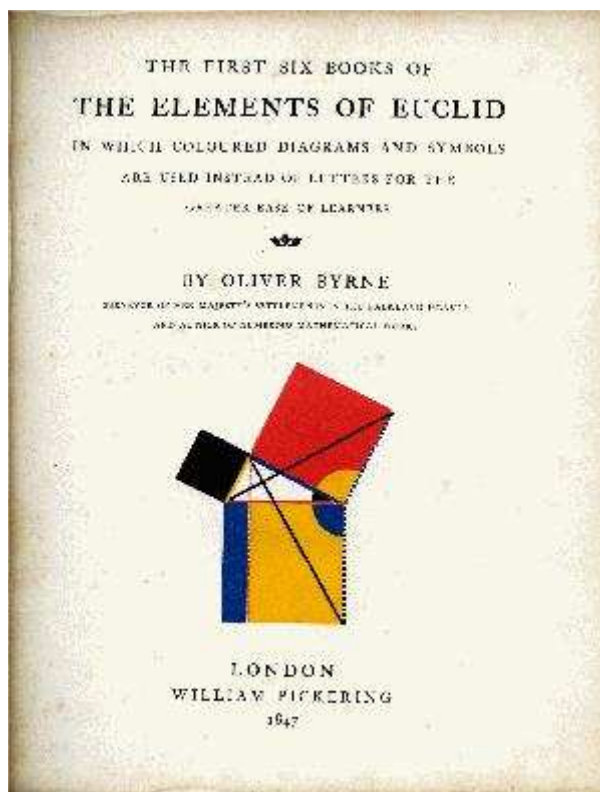
CA, AG sú rovnaké dĺžky ...
 ...
 AC, AG sú rovnaké dĺžky ...
 AB ...
 BAC, BAG ...
 AD, FC ...
 BD a CE ...
 (lemma 1.46)
 BC ...
 BA, AC ...
 ABC ...
 BAC ...
 BC ...
 ...
 ...
 ...

§ lemma 47 §





Euklidov dôkaz Pytagorovej vety bol preložený do Arabčiny v roku 1258 perzským matematikom al-Tusi.



Použitá literatúra:

1. <http://www.ii.fmph.uniba.sk/~filit/fve/euklides.html>
2. <http://www.studnet.sk/users/matika/dusan/neeuklid/navrh/text/zivotopisy/euklides.htm>
3. <http://jedule.webpark.cz/recko.html>
4. <http://www.math.uwo.ca/~driley/euclid.gif>
5. <http://www.mlahanas.de/Greeks/images/EuclidMoDe.jpg>
6. <http://www.library.mcgill.ca/rarebook/EUCLID.JPG>
7. http://www.ethbib.ethz.ch/exhibit/fibonacci/images/08-EUKLID_img_0.jpg
8. http://www.trojuhnik.host.sk/html/pytagorova_a_euklidove.htm
9. <http://www.mathes.cz/ucebnice/geometrie/euklidovy-vety.aspx>
10. <http://images.google.sk/imgres?imgurl=http://members.aol.com/mathfuzzy/THEORIE/PYTHAGOR/PYTHAGO2.GIF&imgrefurl=http://members.aol.com/mathfuzzy/THEORIE/PYTHAGOR>
11. <http://www.formel-sammlung.de/lexikon/Kathetensatz-1.png>
12. http://www.zaf.dk/stor_opg/5.GIF