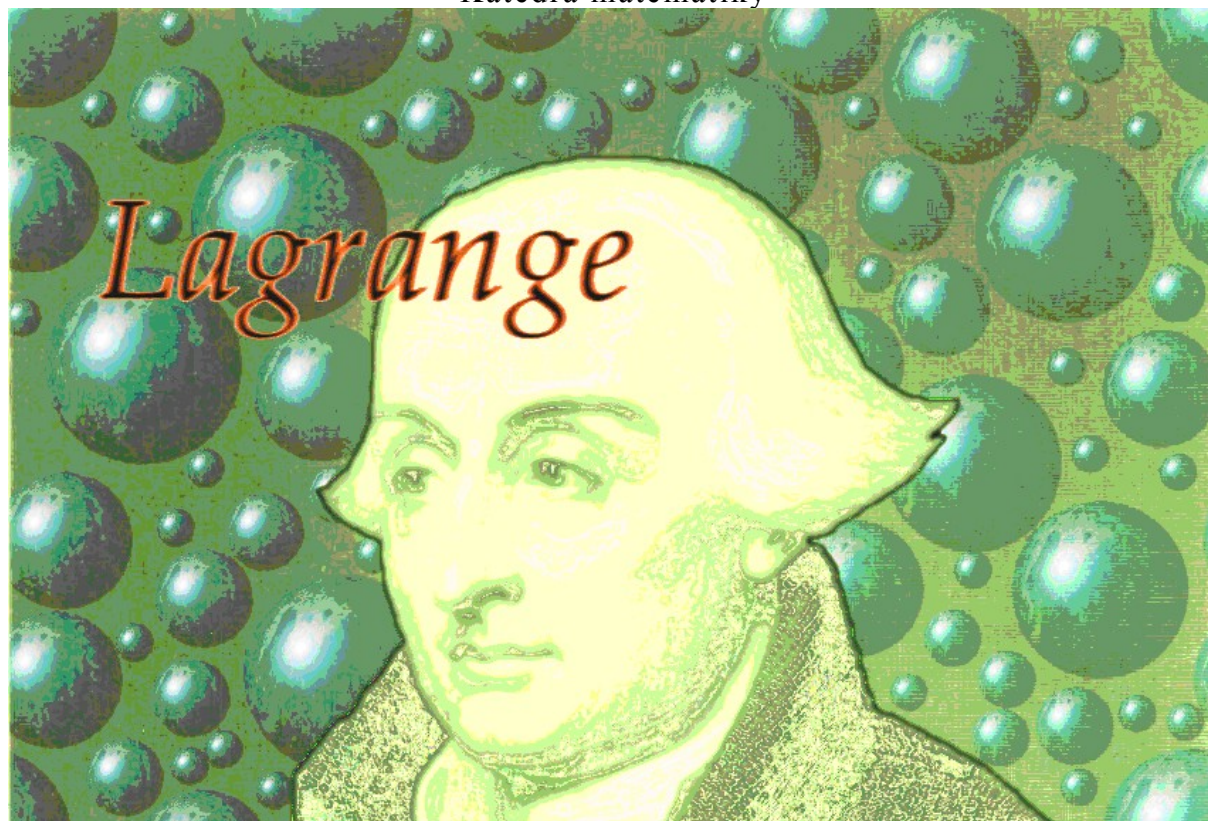
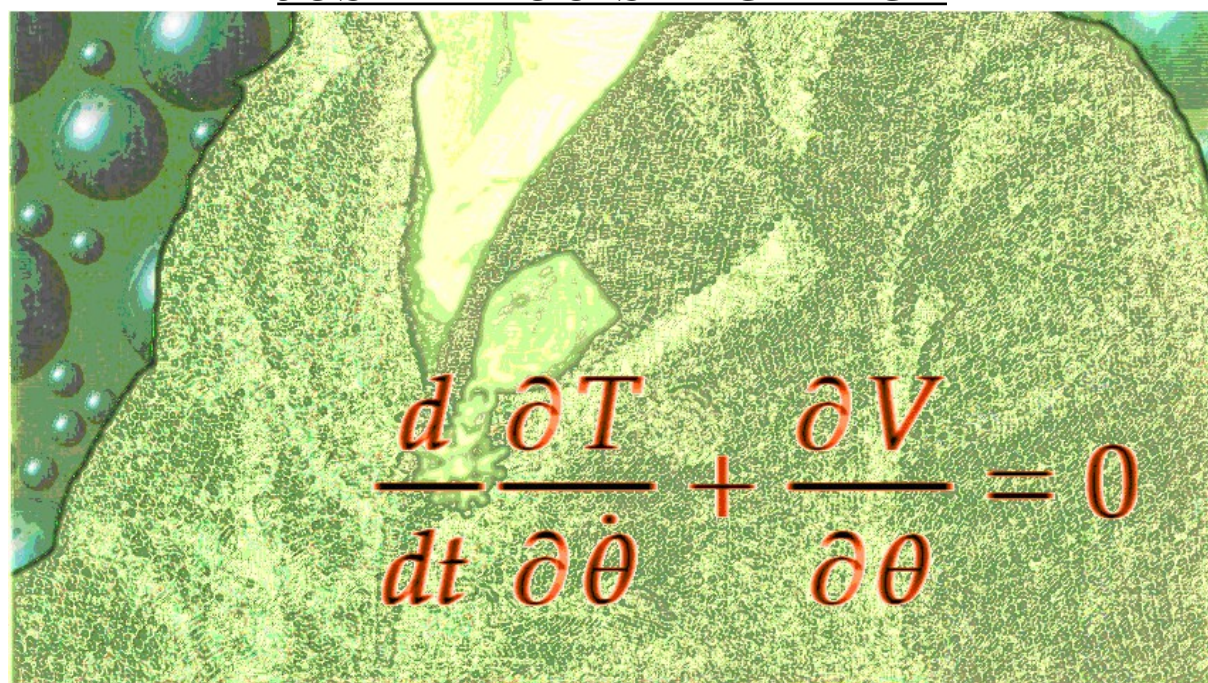


Katolícka univerzita Ružomberok
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky



JOSEPH LOUIS LAGRANGE



Lenka Gabrišová
Mat- Inf, 4. ročník

Ružomberok 2008

Úvod

J. L. Lagrange je veľmi zaujímavou osobnosťou v oblasti matematiky. Pôvodne sa mal stať právníkom, ale finančné špekulácie jeho otca ich pripravili o finančné prostriedky.

Lagrange sa nikdy matematike nechcel venovať, pretože grécku geometriu považoval za hlúpu. Na Univerzite v Turíne ho začala priťahovať fyzika vďaka výuke Beccaria a keď si prečítal kópiu Halleyho práce o použití algebry v optike začal sa zaujímať o matematiku.

Lagrange neskôr napísal, že ak by bol bohatý, tak by sa matematikou nikdy nezaoberal.



JOSEPH LOUIS LAGRANGE

J. L. Lagrange sa narodil v Turíne 25. januára 1736 ako najstarší z jedenástich detí.

Mal taliansko- francúzsky pôvod. Jeho meno v mladosti bolo Lodovici Lagrangia.

Študoval na delostreleckom učilišti v Turíne, už ako 19 ročný sa stal učiteľom matematiky na tejto škole.

V roku 1767 sa Lagrange oženil s jednou zo svojich sesterníc Vittoriou Conti. Nikdy však nemali deti, snáď preto, že ich nechceli. Jeho manželka vážne ochorela a v roku 1783 po niekoľkých rokoch choroby zomrela.

V roku 1792 sa Lagrange po druhýkrát oženil s Renée-Francoise-Adélaïde Le Monnier, dcérou jedného kolegu, astronóma z Académie des Sciences.

Lagrangeove zobrať spisy z matematiky, astronómie a mechaniky obsahujú 14 zväzkov. Za Napoleonovej vlády dostal veľa vyznamenaní i rád Čestnej légie, bol senátorom, dostal grófsky titul. 3. apríla 1813 obdržal veľký kríž Ordre Impérial de la Réunion.

Svoju poslednú hodinku očakával s obdivuhodným zmierením: „Na nikoho som sa nehneval, nikomu som nič zlého neurobil, chcem svoju cestu skončiť...“ Zomrel 10. apríla 1813 v Paríži. Pochovaný je v Pantheone – francúzskom národnom pamätníku.

Lagrange a matematika

Hneď na začiatku svojej vedeckej činnosti vytvoril skupinu mladých matematikov a fyzikov, ktorí uverejňovali svoje práce vo vlastných zborníkoch.

23. júla 1754 Lagrange publikoval svoj prvý článok napísaný po taliansky vo forme dopisu Guiliovi Fagnanovi. Článok nebol vynikajúcim dielom a naznačuje, že v tej dobe Lagrange pracoval bez pomoci skúsenejšieho matematika. Článok popisuje analógiu medzi binomickou vetou a deriváciou súčinu funkcií. Mesiac na to, čo bol článok publikovaný, Lagrange zistil, že rovnaký výsledok sa objavil v korešpondencii medzi Johannom Bernoullim a Leibnizom. Lagrange bol týmto zistením veľmi znepokojený, pretože sa obával, že bude považovaný za niekoho, kto kopíruje výsledky od iných. Nič také sa však nestalo.

Koncom roku 1754 Lagrange urobil významné objavy, ktoré viedli k vzniku nového matematického oboru, variačného počtu (v tej dobe sa ešte nenazýval "variačným počtom", až v roku 1766 toto označenie prvýkrát použil Euler).

Zistil nové metódy integrácie a hľadania extrémov funkcií. Tieto výsledky oznámil Eulerovi, ktorý ich ocenil návrhom za člena Berlínskej akadémie. Lagrange mal vtedy ešte len 20 rokov. V roku 1764 Lagrange vyhral cenu Parížskej akadémie za teoretické práce o pohybe Mesiaca.

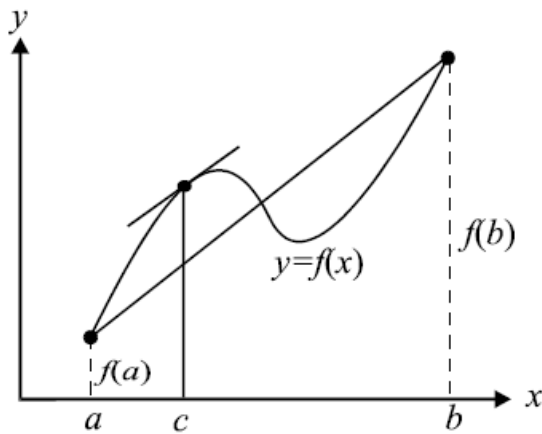
Keď v roku 1766 odišiel Euler do Petrohradu, pozval pruský kráľ Fridrich II. Lagrange do Berlína, aby nastúpil na miesto Eulera za riaditeľa matematickej sekcie Akadémie vied. V pozvaní sa hovorilo že „... je potrebné, aby najväčší matematik Európy žil v blízkosti najväčšieho kráľa.“

Tridsaťročný Lagrange bol už vyzretým matematikom. V Berlíne prežil skoro 21 rokov. Boli najproduktívnejším obdobím jeho života. Nehýril dvorným životom, ale svoj čas obetoval vede: „Zaobieram sa štúdiom matematiky v klude a tichosti. Pretože ma nič a nikto nenaháňa, pracujem viac pre svoje potešenie ako z povinnosti, staviam, búram, predstavujem až dovtedy kým dostanem niečo, s čím som aspoň trochu spokojný.“

Matematika bola jeho vášňou. Zaplnila mu celý život, priniesla mnoho radostných chvíľ. Lagrange založil v roku 1797 pojem derivácie na mocninových radoch, po ňom je pomenovaná známa veta základov matematickej analýzy o existencii bodu, kde má spojitá funkcia deriváciu určitej vlastnosti.

Lagrangeova veta: Nech f je spojitá funkcia na intervale $\langle a, b \rangle$ a diferencovateľná na (a, b) , potom v intervale (a, b) existuje aspoň jeden bod c taký, že

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



V článkoch v časopise *Mélanges des Turin* sa Lagrange zaoberal integráciou diferenciálnych rovníc a našiel rôzne aplikácie týchto metód napr. v mechanike kvapalín, kde sa po prvýkrát objavuje Lagrangeova funkcia:

$$L(x, y, z, \alpha, \beta) = x^2 + y^2 + z^2 + \alpha(x + y - 3z + 7) + \beta(x - y + z - 3)$$

Pri hľadaní extrémov treba riešiť sústavu piatich rovníc s piatimi neznámymi x, y, z, α, β .

S Lagrangeovým menom je spojený aj istý interpolačný polynóm.

Vyriešil zaujímavé problémy analytického variačného počtu, vytvoril metódy pre separáciu reálnych koreňov algebraickej rovnice a ich aproximáciu reťazovými zlomkami. Študoval racionálne funkcie koreňov rovníc a ich správanie pri permutáciách koreňov. Dosiahol upevnenie základov diferenciálneho a integrálneho počtu, prispel k rozvoju teórie determinantov a matic, teórie pravdepodobnosti, aritmetiky i algebry.

V teórii čísiel dokázal v roku 1770, že každé prirodzené číslo možno napísať v tvare súčtu najviac štyroch štvorcov, t. j. druhých mocnín iných čísiel. V roku 1771 dokázal Wilsonovu vetu (vetu Johna Wilsona), kde n je prvočíslo vtedy a len vtedy keď $(n-1)! + 1$ je deliteľné číslom n .

Veta (Lagrangeova): Nech $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ je polynóm s celočíselnými koeficientami, $a_n \neq 0$ a p je prvočíslo. Potom ak kongruencia $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ má viac ako n riešení, tak pre každé $i = 1, \dots, n$ $p \mid a_i$.

Podarilo sa mu vyriešiť výsledný systém $n+1$ diferenciálnych rovníc. Potom nechal n rásť nad všetky medze a získal rovnaké funkcionálne rovnice ako Euler. Jeho celkom odlišná

cesta k riešeniu ale jasne ukazuje, že Lagrange vychádzal z celkom odlišných metód než Euler, ktorého si veľmi vážil.

Naznačil veľa nových matematických pojmov, napr. pojem grupy, invariantu, trojný integrál, primitívna funkcia a podobne. Skúmal zákon skladania síl pôsobiacich v rovnakom bode.

Publikoval svoju dôležitú prácu "Réflexions sur la résolution algébrique des équations", ktorá obsahovala dôležité závery o tom, prečo rovnice štvrtého stupňa možno riešiť rozkladom na koreňové činitele. Táto práca ako prvá chápe korene rovnice ako abstraktný objekt a nie len ako numerickú hodnotu.

Lagrange študoval tiež permutácie koreňov a tak ako prvý začal vývoj teórie grúp, na ktorý naviazali Ruffini, Galois a Cauchy. Po Lagrangeovi nám ostala symbolika $f'(x)$, $f''(x)$, atď a metóda variácie konštánt na riešenie diferenciálnych rovníc.

V roku 1787 odišiel Lagrange do Paríža, kde bol prijatý za akademika a vysoko uznávaný vo vedeckých kruhoch. Uverejňoval výsledky predchádzajúcich matematických a fyzikálnych štúdií, písal učebnice. Ani revolučné roky vo Francúzsku (1789–1794) neotriasli jeho pozíciou.

11. marca 1794 bola založená École Polytechnique a otvorená bola v decembri 1794 (pod názvom École Centrale des Travaux Publics). Lagrange bol pri otvorení v roku 1794 vymenovaný prvým profesorom analýzy.

V roku 1795 bola založená École Normale za účelom ďalšieho vzdelávania učiteľov. Lagrange tu prednášal základy matematiky. Revolučné zmeny tak Lagrangea donútili, aby začal tiež vyučovať. Lagrange ale nebol dobrým prednášajúcim ako Fourier, ktorý navštevoval jeho prednášky na École Normale v roku 1795. Lagrange študentom prednášal príliš abstraktne. Jeho hlas bol slabý, navyac so silným talianskym prízvukom.

Lagrange a mechanika

Lagrangeove práce boli vyvrcholením vývoja klasickej mechaniky. V roku 1788 vydal dielo Analytická mechanika. Lagrange vyslovil princíp virtuálneho posunutia:

"Ak hmotný bod viazaný obojstrannou hladkou väzbou je v rovnovážnej polohe, elementárna práca aktívnych síl sa pri ľubovoľnom virtuálnom posunutí z tejto polohy rovná nule."

Matematickým vyjadrením uvedeného princípu je vzťah $F + R = 0$.

Je to vlastne matematický opis rovnováhy pre prípad viazaných častíc a predstavuje zjednotenie opisu rovnováhy viazaných častíc (nenulové R) a častíc bez väzby ($R = 0$).

Kombináciou princípu virtuálneho posunutia a d'Alembertovho princípu (tzv. Lagrangeov-d'Alembertov princíp) potom J. L. Lagrange odvodil všeobecnú rovnicu mechaniky, teda analytickú rovnicu na riešenie všetkých typov mechanických úloh: statických i dynamických, úloh na rovnováhu i na pohyb, pre prípad viazaných častíc i objektov bez väzby a pod účinkom všetkých typov síl.

Lagrange a fyzika

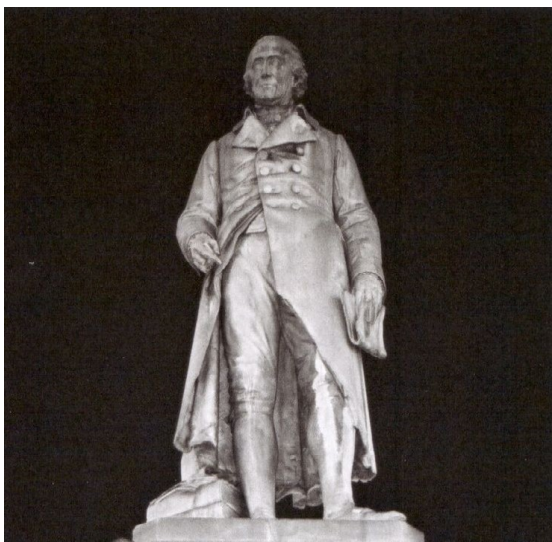
Svoju prácu o základoch dynamiky Lagrange založil na princípe najmenej akcie a kinetickej energie. V časopise *Mélanges des Turin* Lagrange publikoval rozsiahlu štúdiu o šírení zvuku, ktorá sa stala základom teórie vibrácie strún. Lagrange pre vibrujúce struny použil diskretný hmotnostný model, obsahujúci n hmotností, ktoré sú priradené nehmotným strunám.

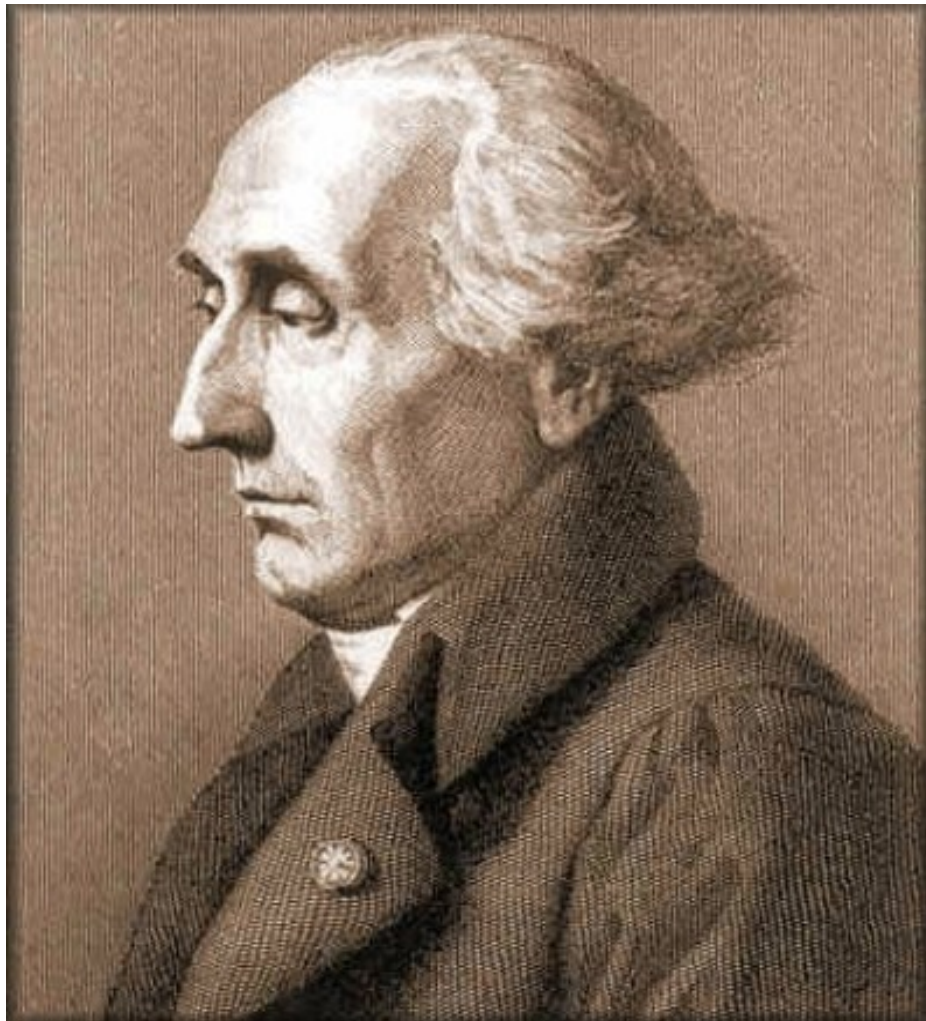
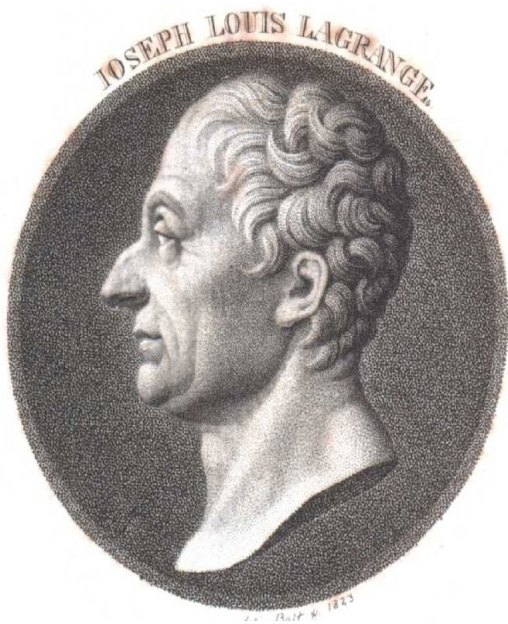
Svoje metódy použil tiež na štúdium dráhy planéty Jupiter a Saturn.

V roku 1772 obdržal cenu Académie des Sciences spoločne s Eulerom za problém troch telies (Lagrangeova veta hovorí, že je možné, aby sa tri konečné telesá začali pohybovať tak, že ich dráhy budú podobnými elipsami, ktoré opíšu v rovnakom čase), v roku 1774 za pohyb Mesiaca, v roku 1780 za problém perturbácie dráh komét a planét.

V máji 1790 sa Lagrange stal členom výboru Académie des Sciences pre štandardizáciu váh a mier. Komisia pracovala na metrickom systéme a presadzovala jeho desiatkový základ.

Lagrange „vo fotografii“





Literatúra:

Dirk J. STRUIK: *Dějiny matematiky*. ORBIS:1963.

Rôzne internetové stránky