Katolícka univerzita v Ružomberku
Pedagogická fakulta

Ludovico Ferrari

(História matematiky)

Mária Donovalová 3.ročník
matematika – informatika

Ludovico Ferrari (1522 - 1565)

Bol Cardanovým žiakom. Preslávil sa tým, že našiel postup na riešenie rovnice štvrtého stupňa. Roku 1540 dal da Coi Cardanovi nasledovnú úlohu: „10 treba rozdeliť na tri časti tak, aby tieto časti tvorili geometrickú postupnosť a súčin prvých dvoch bol 6“. Keď prostredný člen označíme ako x, tak

$$\mathbf{6/x + x + x^3 / 6 – 10}$$

$$\frac{6}{x} + x + \frac{x^3}{6} = 10$$

čo dáva rovnicu štvrtého stupňa

$$\mathbf{x^4 + 6x^2 + 36 = 60x}$$

Túto rovnicu vyriešil Ferrari. Najprv k obom stranám rovnice pridal $6x^2$, čím ľavú stranu doplnil na úplný štvorec

$$\mathbf{(x^2 + 6)^2 = 60x + 6x^2} \qquad \mathbf{1)}$$

Keby aj pravá strana bola úplným štvorcom, bolo by možné celú rovnicu odmocniť a získali by sme kvadratickú rovnicu. Preto Ferrari pridáva k rovnici novú neznámu y, pričom tak, aby sa nenarušilo, že ľavá strana už úplným štvorcom je. Preto pridáva y dovnútra zátvorky na ľavej strane. Hodnota tejto zátvorky takto bude

$$\mathbf{(x^2 + 6 + y)^2 = (x^2 + 6)^2 + 2y\,(x^2 + 6) + y^2}$$

Teda vložením veličiny y do zátvorky na ľavej strane rovnice (1) sme túto stranu zväčšili o hodnotu $2y(x^2 + 6) + y^2$. Preto rovnakú hodnotu musíme pridať aj k pravej strane tejto rovnice. Preto rovnica po pridaní y nadobúda tvar

$$\mathbf{(x^2 + 6 + y)^2 = 60x + 6x^2 + 2y\,(x^2 + 6) + y^2}$$

čo po úprave dáva

$$\mathbf{(x^2 + 6 + y)^2 = (2y + 6).x^2 + 60x + (y^2 + 12y)} \qquad \mathbf{2)}$$

Neznáma y zatiaľ nie je bližšie špecifikovaná. Zvoľme jej hodnotu tak, aby aj pravá strana rovnice (2) bola úplný štvorec. Teda to musí byť výraz tvaru $(Ax + B)^2$. To ale znamená, že pravá strana, chápaná ako polynóm v neznámej x má dvojnásobný koreň, teda musí mať nulový diskriminant. Takto dostávame podmienku na určenie hodnoty veličiny y v tvare

$$\mathbf{60^2 - 4.(2y + 6).(y^2 + 12y) = 0}$$

čo je rovnica tretieho stupňa premennej y :

$$\mathbf{y^3 + 15\,y^2 + 36y = 450} \qquad \mathbf{3)}$$

Ferrari takto previedol riešenie rovnice štvrtého stupňa na riešenie vhodnej rovnice tretieho stupňa. Táto rovnica tretieho stupňa sa preto nazýva **kubickou rezolventou** príslušnej rovnice štvrtého stupňa. Keď sa spätne pozrieme na Fontanov postup pri riešení rovnice tretieho stupňa, zistíme, že aj tam Fontana previedol úlohu riešiť rovnicu tretieho stupňa

$$\mathbf{x^3 + bx = c}$$

pomocou substitúcie x = $\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$ na úlohu riešiť pomocnú kvadratickú rovnicu

$$\mathbf{u^2 - uc - \left(\frac{b}{3}\right)^3 = 0.}$$

Táto rovnica sa nazýva **kvadratickou rezolventou** príslušnej rovnice tretieho stupňa. Vidíme, že oba postupy, ako postup Fontanu pri riešení rovnice tretieho stupňa, tak aj postup Ferrariho pri riešení rovnice stupňa štvrtého, sa zakladali na metóde rezolventy. Spočívali v tom, že sa príslušná rovnica previedla na pomocnú rovnicu stupňa o jednotku nižšieho.

Vráťme sa však Ferrariho rezolvente (3). Hodnotu y vieme určiť pomocou Fontanovho postupu, a keď dosadíme do pôvodnej rovnice (2), tak obe strany tejto rovnice budú úplné štvorce, preto ich môžeme odmocniť. Skutočne, z rezolventy ešte pred jej roznásobením máme

$$\mathbf{y^2 + 12y = \frac{30^2}{2y+6}}$$

čo keď dosadíme do rovnice (2), dostaneme

$$\mathbf{(x^2 + 6 + y)^2 = (2y + 6).x^2 + 60x + \frac{30^2}{2y+6}},$$

$$\mathbf{(x^2 + 6 + y)^2 = \left[x.\sqrt{2y+6} + \frac{30}{\sqrt{2y+6}}\right]^2}.$$

Po odmocnení oboch strán dostávame pre neznámu x rovnicu

$$\mathbf{x^2 + 6 + y = x.\sqrt{2y+6} + \frac{30}{\sqrt{2y+6}}}.$$

Keď číslo y považujeme za známe (určili sme ho pomocou rezolventy), tak po vyriešení tejto kvadratickej rovnice dostávame konečný výsledok. V našom prípade je y = 4,01, odkiaľ dostaneme x = 3, 098 a tak riešením pôvodnej úlohy je trojica čísel (1,936 3,098 4,965).

Uvedený postup možno použiť na každú rovnicu štvrtého stupňa, ktorá neobsahuje kubický člen. A ako ukázal Ferrari, kubického člena sa v rovnici štvrtého stupňa môžeme zbaviť vhodnou substitúciou. Preto aj v prípade rovníc štvrtého stupňa máme úplnú teóriu.