

KATOLÍCKA UNIVERZITA V RUŽOMBERKU

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky



Francois Viète

Martin Bodorík

MAT/VV

Ružomberok 2008

Francois Viète (1540 - 1603)

Narodil sa vo francúzskom meste Fontenay. Tam dostal výchovu v kláštore rádu minoritov, odkiaľ postúpil ako 15-ročný roku 1555 na univerzitu v Poitiers. Povoláním právnik, zaviedol systematické používanie písmen na označenie čísel, možno ho pokladať za zakladateľa algebry.

Po ukončení právnických štúdií r. 1560. O štyri roky neskôr nastúpil na miesto sekretára rodiny Soubis. Jeho úlohou bolo napísať dejiny tohto rodu a učiť vtedy desaťročnú Cathérine de Parthenay gréčtinu, latinu, matematiku a astronómiu. Výsledkom tejto výuky bola Viétova prvá matematická publikácia *Canon Mathematicus*, ktorá vyšla roku 1579 v Paríži. Roku 1567 sa stal poslancom Parlamentu Bretagne a za Henricha 3. zastával vysokú funkciu kráľovského radcu. Počas hugenotskej vojny 1584-1596 sa dostal do nemilosti, ale keď sa mu podarilo rozlúštiť tajný šifrovaný list, preukázal veľkú službu kráľovi a ten ho znova menoval do pôvodnej funkcie. Roku 1589 vydáva v Tours knihu o dešifrovaní. Dešifrovanie znamená doslova preklad z číhier. Zomrel v Paríži.

Ešte v mladosti sa prebudil jeho záujem o astronómiu a vtedy sa začal zaoberať trigonometriou. Keď sa svojej záľube však dostával iba vo voľnom čase, ktorého sa mu dostávalo najmä v rokoch nemilosti. Jeho matematické idey zhľadom na jeho hlavné dielo *In Artem Analyticam Isagoge* (Úvod do analytického umenia). Slovo analýza v tej dobe označovalo algebru. Knihu vydáva po rokoch od roku 1591. Súborne vyšla až po jeho smrti r. 1646 v Leidene. Podáva v nej prehľad súčasnej algebry. Jeho cieľom bolo zjednotiť rôzne postupy, ktoré sa používali pri riešení rovníc. Totiž algebra tak ako ju sformoval Cardano a jeho nasledovníci bola *Ars Magna*, veľké umenie. Spôsobovala v súbore trikov, ktoré umožňovali riešiť jednotlivé typy rovníc. Tieto triky boli sformulované v náhodných vetách prirodzeného jazyka. Chýbalo však konceptuálne porozumenie pre to, čo sa vlastne pri týchto trikoch deje, na základe čoho vlastne fungujú.

Viétovou veľkou inováciou bolo, že **zaviedol rozlíšenie neznámej a parametra**. Aj koeficienty rovníc začal zapisovať pomocou písmen. Pre neznáme používal veľké samohlásky A, E, I, O, U. Na označenie koeficientov rovnice používal spoluhlásky B, C, D, F atď. Pritom ale každá veličina mala ešte rozmer.

Pritom osobitne uvádza rozmery pre mocniny:

neznámej: 1 - *longitudo*, 2-*planum*, 3- *solidum*, 4- *plano-planum*, 5- *plano-solidum*, 6- *solido-solidum*, 7-*plano-plano-solidum*, 8-*plano-solido-solidum*, 9-*solido-solido-solidum*, a osobne pre mocniny

koeficientov: 1-*latus*, 2-*quadratum*, 3-*cubus*, 4-*quadrato-quadratum*, 5-*quadrato-cubus*, 6-*cubo-cubus*, 7-*quadrato-quadrato-cubus*, 8-*quadrato-cubo-cubus*, 9-*cubo-cubo-cubus*. Explicitne uvádza rozmery iba po 9, ale poznamenáva, že v príslušnom rade možno bez obmedzenia pokračovať.

Viet interpretuje svoje písmená ako veličiny. Rozmer každej veličiny písal slovnou jej symbolom, napríklad *A planum* neznáma rozmeru dva, kým *B cubus* bol parameter rozmeru tri. Preto musel zaviesť operácie sú tu, sú inu, rozdielu a podielu pre svoje dimenzionálne veličiny. Pritom v každom prípade musel dbať na princíp homogenity. Sčítanie a odčítanie bolo možné iba veličiny rovnakej dimenzie, pričom výsledok bola veličina rovnakého rozmeru ako sú inžinitely. Pritom ale nepripúšťal záporné veličiny, preto rozdiel dvoch veličín, napríklad *A plano* - *B quadratum* označoval to číslo, ktoré dostaneme, keď od väčšej odčítame menšiu, teda v našej symbolike A-B alebo B-A.

Pravidlá pre násobenie a delenie obsahovali aj zákony o rozmeroch, ako napríklad :

longitudo krát longitudo dáva planum
solidum krát plano-solidum dáva plano-solido-solidum

Keďže Viet nepripúšťal záporné mocniny veličín, pri delení bolo ešte treba dbať na to, aby bola dimenzia čitateľa väčšia než dimenzia menovateľa. Aj keď je Viétova symbolika pomerne komplikovaná, urobil kvalitatívny krok vpred. Vytvoril vlastne **univerzálny jazyk na manipuláciu s výrazmi**. Možno povedať, že tu sa vlastne rodí algebra v modernom chápaní. Viet si bol významu svojho objavu plne vedomý. Hovorí, že vytvoril novú vedu, umožňujúcu matematické objavy. Ako príklad takéhoto objavu uvádza príklad:

$$\text{Opportet } \frac{A \text{ plano}}{B \text{ quadratum}} \text{ addere } \frac{C \text{ quadratum}}{D \text{ quadratum}} \text{ Summa erit } \frac{CnA + BinZ}{BinD} .$$

Síce toto odvodenie nepôsobí impozantne, ale je to prvý formálny zápis všeobecného vzťahu v dejinách matematiky. Vlastne až od Viéta je možné hovoriť o vzorcoch v matematike, o formulách vyjadrujúcich riešenie nejakého problému. Nová symbolika mu umožnila vytvoriť *všeobecnú metódu na riešenie všetkých problémov*.

Pozostávala z troch krokov:

- Všetky veličiny iných úloh, teda tie, ktoré poznáme ako aj tie, ktoré
- 1) nepoznáme treba označiť písmenami, a ich vzťahy treba vyjadriť pomocou rovníc.
 - 2) Overiť správnosť vyjadrenia úlohy pomocou rovníc.
 - 3) Príslušné rovnice vyriešiť a nájsť vyjadrenie neznámych.

Overenie správnosti vyjadrenia úlohy spočívalo v kontrole toho, či príslušné rovnice spĺňajú princíp homogenity. Okrem toho sem spadala aj úprava rovníc do normálneho tvaru. V dnešnom zápise možno Viétove normálneho tvaru rovnice zapísať v nasledovným spôsobom

$$A^n + A^{n-1}B^1 + A^{n-2}C^2 + \dots + A^1F^{n-1} = G^n$$

Viet poznal tri operácie na úpravu rovnice, ktoré sa v podstate zhodujú s Al-Chwárizmího operáciami:

1. Antithesis	veľičinu známu alebo neznámu preniesť na druhú stranu rovnice pri súčasnej zmene znamienka	$A^2 - D^2 = G^2 - B^1A^1$	$A^2 + B^1A^1 = G^2 + D^2$
2. Hypobibasmus	znížiť dimenziu pomocou delenia neznámou	$A^3 + B^1A^2 = Z^2A^1$	$A^2 + B^1A^1 = Z^2$
3. Parabolismus	zníženie dimenzie pomocou delenia známou veľičinou, ak najvyššia mocnina neznámej je vynásobená známou veľičinou	$B^1A^2 + D^2A^1 = ZA^2 + \frac{D^2}{B^1}$	$A^1 = \frac{Z^3}{B^1}$

Svoju knihu končí Viet optimistickým vyhlásením o svojom analytickom umení:
Žiaden problém neostane nevyriešený.

Dvanásť rokov po Viétovej smrti roku **1615** bola uverejnená Viétova kniha *De recognitione et emendatione aequationum* (O skúmaní a zlepšovaní rovníc), ktorá obsahuje ďalšie pravidlá na úpravu tvaru rovníc:

1.

Expurgatio per umicas odstránenie druhej najvyššej mocniny rovnice substitúciou $E = A + B$

Príklad: $A^2 + 2AB = Z^{\text{II}}$ prejde na $E^2 = Z^{\text{II}} + B^{\text{II}}$

$\frac{A^3 + 3BA^2 + D^{\text{II}}A}{Z^{\text{III}}}$ prejde na $E^3 + (D^{\text{II}} - 3B^2)E = Z^{\text{III}} + D^{\text{II}}B - 2B^{\text{III}}$

Viete uvádza ešte šesť ďalších príkladov na túto metódu, ktorá pochádza od Cardana

2. Proton eschaton premena záporných koeficientov kanonickej rovnice na kladné substitúciou $A = E^{\text{n}}$

$E^{\text{n}-1}$

Príklad: $\frac{A^3 - B^{\text{II}}A}{Z^{\text{III}}} =$ prejde na $E^6 + B^{\text{III}}DE^2 = Z^{\text{III}}D^{\text{III}} \cdot (A = E^{\text{n}})$

3. Anastrophe vydelenie rovnice lenom, zodpovedajúcim riešeniu. Ak D je riešenie, tak sa rovnica delí výrazom (A-D), čím sa zníži stupeň.

V prípade, ak je riešenie záporné, vytvoril Viéte napred tzv. **korelovanú rovnicu**, ktorá má negatívne riešenia pôvodnej rovnice za svoje kladné riešenia. Túto korelovanú rovnicu potom vydělí faktorom (E-D), čím získa rovnicu, ktorej stupeň je o jednotku nižší, ako stupeň pôvodnej rovnice. Potom prejde od korelovanej rovnice nižšieho rádu k pôvodnej.

$B^{\text{II}}A - A^3 = Z^{\text{III}}$	nech má záporný koreň $A = -D$
$E^3 - B^{\text{II}}E = Z^{\text{III}}$	je korelovaná rovnica, ktorú vydělí (E - D)
$E^2 + DE + D^2 = B^{\text{II}}$	korelovaná rovnica zníženého stupňa a

$$A^2 - DA + D^2 = B^{\text{II}} \quad \text{toto je pôvodná rovnica nižšieho stupňa}$$

Na tomto postupe je pozoruhodná skutočnosť, že Viéta nenapadlo pôvodnú rovnicu vydeliť jednoducho $(A + D)$, čo je koreňovými inými, prislúchajúci zápornému koreňu. Je to preto, lebo Viéta neprípúšťa záporné korene rovnice. Toto je krok späť v porovnaní s Cardanom. Teda akoby konceptuálny pokrok v oblasti symboliky viedol ku zníženiu voľnosti interpretácie.

4. Izometria odstránenie zlomkového koeficientu $1/D$ substitúciou $A = E^2/D$.

$$\text{Príklad: } A^3 + \frac{B^{\text{III}}A}{D} = \text{prejde na } E^6 + B^{\text{III}}DE^2 = Z^{\text{III}}D^{\text{III}}$$

5. Climatica odstránenie koeficientov, ktoré majú tvar odmocniny. Napred sa delí s odmocninou

Paraplerosis osamostatní na jednej strane rovnice a potom sa obe strany rovnice umocnia

$$\text{Príklad: } A^3 \sqrt[3]{B^{\text{VI}}} = \text{prejde na } \frac{A^3 - Z^{\text{III}}}{A} = \sqrt[3]{B^{\text{VI}}}$$

$$\begin{aligned} 1/A^3 \cdot (A^9 - 3Z^{\text{III}}A^6 + 3Z^{\text{VI}}A^3 - Z^{\text{IX}}) &= B^{\text{VI}} \\ A^9 - 3Z^{\text{III}}A^6 + (3Z^{\text{VI}} - B^{\text{VI}})A^3 &= Z^{\text{IX}} \end{aligned}$$

Treba si uvedomiť, že pre nás nezvyklý, zbytočne vysoký stupeň pri substitúciách je diktovaný princípom homogenity. V tejto knihe sú uvedené aj slávne Viétove vzorce pre vzťah medzi koeficientami a koreňmi rovnice.

Theorema 1: Ak je $(B+D)A - A^2 = BD$ tak sú B aj D riešenia.

Príklad: $3x - x^2 = 2$, sú 1 aj 2.

Theorema 2: Ak je $A^3 - (B+D+G)A^2 + (BD+BG+DG)A = BDG$, sú B , D a G riešenia.

Príklad: $x^3 - 6x^2 + 11x = 6$, sú 1, 2 aj 3.

V analogickom tvare napísal ešte príslušnú vetu pre rovnice štvrtého a piateho stupňa. Pritom ale ilustrácie ako aj celé jeho chápanie ukazujú, že uvažoval iba kladné riešenia. Na záver treba poznamenať, že *Viétove písmená nepredstavovali reálne i komplexné čísla, ale známe a neznáme veličiny*.

Viétov systém mal aj viaceré nedostatky. V prvom rade je to *slovné písanie dimenzie veličín*. To malo za následok, že nepoznal zlomkové ani záporné mocniny veličín, čo ho nútilo k pomerne komplikovanému zápisu takýchto prípadov. Pritom Viet určite poznal Bombelliho *Algebru*, v ktorej sú mocniny vyjadrené pomocou čísel. Alej, keďže jeho písmená nereprezentovali žiadne čísla (ani reálne ani komplexné) ale dimenzionálne veličiny, sú v jeho systéme *nemysliteľné záporné alebo komplexné riešenia*. Preto úlohy, ktoré vedú na takéto riešenia, musí pomocou komplikovaných techník zlepšovania rovníc obchádzať.

Ako prvý použil znaky: odmocniny, predtým sa odmocnina označovala **R**

znak + predtým **p**

znak - predtým **m**

Použitá literatúra

- <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Viete.html>
- <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Viete.html>
- http://vedci.wz.cz/Osobnosti/Viete_F.htm
- <http://wikipedia.sk>