
TOPOLÓGIA

(Referát na predmet História matematiky)

Meno a priezvisko: *Lubica Balaščáková*
Kombinácia: *matematika – informatika*
Ročník: *štvrtý*
Školský rok: *2005/2006*
letný semester
E-mail: lu.bika@pobox.sk
Dátum odovzdania: *3. máj 2006*

ÚVOD

Matematika je veľkým dobrodružstvom v myslení; v jeho dejinách sa odzrkadľujú mnohé z najhlbších myšlienok generácie ľudstva.

Každé obdobie ľudskej kultúry malo aj isté charakteristické predstavy o matematike, o jej poslaní a význame v spoločnosti.

Matematika bola ovplyvnená poľnohospodárstvom, obchodom a výrobou tovaru, vojskom, inžinierstvom a filozofiou, fyzikou a astronómiou. S nastupujúcou epochou vedeckotechnickej revolúcie bola matematika predovšetkým teoretickým základom technického pokroku, čo umožnilo dostatočný stupeň vývoja matematiky (obdobie poznačené postupnou matematizáciou iných vied, najmä prírodných, ale aj spoločenských, ako napríklad jazykovedy, alebo sociológie; matematika založená na využívaní exaktných myšlienkových postupov pri získavaní nových poznatkov).

Matematika 21. storočia sa ďalej intenzívne vyvíja vplyvom vonkajších, aj vnútorných podnetov, ktoré v matematike nastoľujú iné vedné odbory, vedecká práca, alebo akákoľvek kvalifikovaná činnosť v rozmanitých oblastiach života spoločnosti.

TOPOLÓGIA

Prvé poznatky

Prvé poznatky, ktoré neskôr prispeli k vzniku topológie, sa objavili *pri štúdiu vlastností geometrických telies trojrozmerného euklidovského priestoru*. Neskôr boli zakotvené v knihe ruského matematika *N. I. Lobačevského – Novyje načala geometrii*.

Pri hlbšom štúdiu množín trojrozmerného euklidovského priestoru sa ukázalo, že niektoré vlastnosti množiny sa nemenia, keď zobrazíme množinu na inú množinu trojrozmerného euklidovského priestoru prostým zobrazením, ktoré ma tú vlastnosť, že samo, a aj jeho inverzné zobrazenie, sú zobrazeniami spojitými. Takéto vlastnosti množín nazývame dnes *topologickými vlastnosťami*. Medzi ne patrí napríklad vlastnosť uzavretosti krivky alebo plochy (príkladom uzavretej krivky je kružnica, uzavretej plochy povrch elipsoidu alebo gule). Topologickou vlastnosťou je aj vlastnosť kružnice – rozdeľovať množinu všetkých bodov roviny neležiacich na nej na dve disjunktné podmnožiny; naproti tomu to, že v každom bode kružnice možno zostrojiť dotyčnicu ku kružnici, nie je topologickou vlastnosťou. Existuje totiž homeomorfné zobrazenie kružnice na trojuholník, ktorý už nemá v každom svojom bode dotyčnicu.

19. storočie

Štúdium topologických vlastností uzavretých plôch bolo rozvinuté už v 19. storočí. Ďalší rozvoj tejto teórie súvisí s prudkým rozmachom teórie funkcií komplexnej premennej, najmä s geometrickou teóriou funkcií komplexnej premennej. Táto teória podnietila vznik teórie *Riemannových plôch*, ktorých štúdium veľmi úzko súvisí s teóriou algebraických funkcií (komplexnej premennej).

V roku 1851 vyšla *Riemannova doktorská disertácia o teórii komplexných funkcií* $u + iv = f(x + iy)$. Riemann bol ovplyvnený hydrodynamickými predstavami; zobrazil rovinu (x, y) konformne na rovinu (u, v) a dokázal existenciu funkcie, ktorá prevádza ľubovoľnú

jednoduchú súvislú oblasť jednej roviny do ľubovoľne jednoduchej súvislej oblasti druhej roviny. To viedlo k myšlienke Riemannovej plochy, ktorá zavádza do analýzy topologické metódy (v tejto dobe bola topológia ešte skoro nedotknutým územím, o ktorom uverejnil jednu prácu v roku 1847 *Göttinger Studien J. B. Listing*).

Riemann ukázal ústredný význam topologickej metódy pre teóriu komplexných funkcií. Jeho disertácia objasnila tiež definíciu komplexnej funkcie. Práve medzi jeho výsledkami práce nachádzame *objav zrodu plochy ako topologického invariantu a prostriedkov ku klasifikácii Abelových funkcií*.

Riemannove myšlienky rozvinul francúzsky matematik A. Poincaré a nemecký matematik F. Klein. *Výsledky oboch odhalili veľmi hlboké súvislosti medzi teóriou funkcií, topológiou uzavretých plôch, neeuklidovskými geometriami a teóriou grúp*. Tak topológia už pri svojom vzniku predstavovala matematickú disciplínu, ktorá spájala viacero zdanlivo oddelených nesúvisiacich oblastí matematiky.

Do *tohoto vývoja* koncom 19. storočia rozhodujúco *zasiahla vznikajúca teória množín*, ktorej organickým spojením s naznačenými geometricko-topologickými pojmami, sa utvorila *teoreticko-množinová topológia*. Významne ovplyvnila všetky klasické disciplíny matematiky, a aj vznik nových.

Rozvoj teórie funkcií reálnej premennej

Osobitne treba zdôrazniť vplyv topológie na rozvoj *teórie funkcií reálnej premennej*. Samému G. Cantorovi, zakladateľovi teórie množín, dalo úsilie ujasniť a spresniť niektoré časti v teórii reálnych funkcií jednej a viac premenných - podnet k štúdiu množín v euklidovských priestoroch. Ďalšie zovšeobecňovanie a prehĺbovanie jeho výsledkov, najmä v prácach francúzskeho matematika S. Banacha, prispelo k vzniku *funkcionálnej analýzy*, ktorú dnes možno označiť za disciplínu fundamentálneho významu, hlboko ovplyvňujúcu rozvoj celej súčasnej matematiky.

Pojem topologického priestoru

Pojem topologického priestoru, ktorý je základným pojmom topológie, sa prvýkrát zjavil v knihe nemeckého matematika F. Hausdorffovi *Grundzüge der Mengenlehre* (v roku 1914). Na rozvoji topológie po Hausdorffovi mali značný podiel *výsledky sovietskej matematickej školy (P. S. Alexandrov, P. Urysohn, A. Tichonov, J. M. Smirnov)*, *poľskej školy (K. Kuratowski, W. Sierpinski, B. Knaster, K. Borsuk)*, ako aj práce českého popredného matematika E. Čecha, autora prvej českej monografie venovanej topológii.

Základné topologické pojmy

Základné topologické pojmy, napríklad *pojmy uzavretej, hustej, otvorenej množiny, pojmy hromadného bodu* a pod., sú všeobecné pojmy, ktoré sa dnes vyskytujú v každej učebnici diferenciálneho a integrálneho počtu.

POUŽITÁ LITERATÚRA

- 1) Kolektív autorov: *Malá encyklopédia matematiky. Tretie vydanie.* OBZOR Bratislava 1981
- 2) STRUIK, D. J.: *Dějiny matematiky.* ORBIS Praha 1963