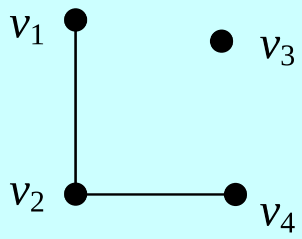
# Základné pojmy z teórie grafov

Definícia : Nech V je neprázdna, konečná množina a $H \subseteq \{(u, v): u \in V, v \in V, u \neq v\}$

Potom usporiadanú dvojicu G=(V, H) nazveme grafom G.

Príklady : $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,

$H = \{(v_1, v_2), (v_2, v_4)\}$

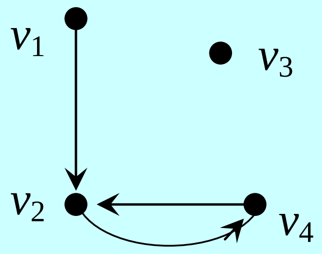



Definícia : Nech U je neprázdna, konečná množina a $X \subseteq \{[u, v]: u \in U, v \in U, u \neq v\}$

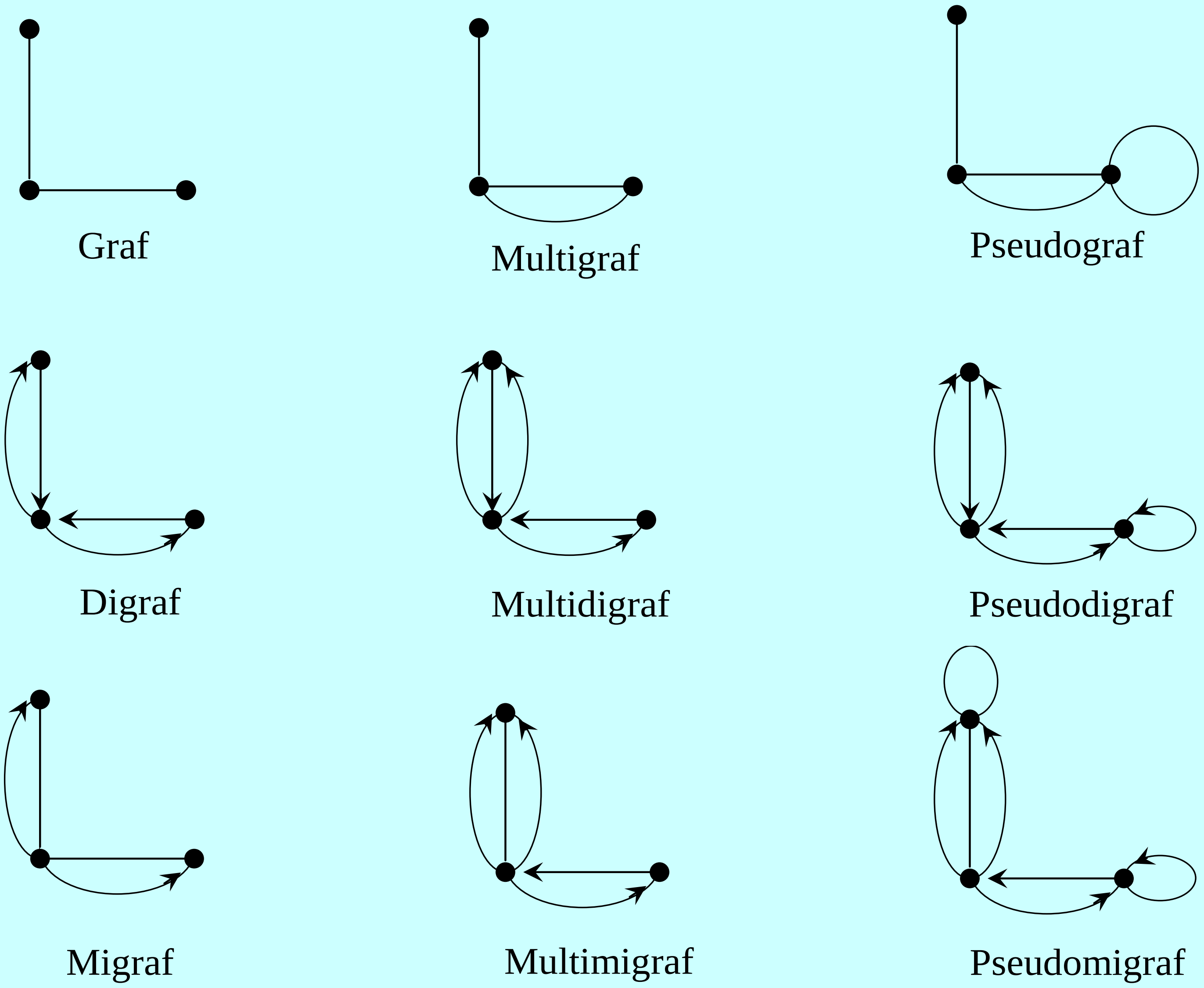
Potom usporiadanú dvojicu G=(U, X) nazveme digrafom G.

Príklady : $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,

$H = \{[v_1, v_2], [v_2, v_4], [v_4, v_2]\}$



# Základné druhy grafových štruktúr



Definícia : Hovoríme, že hrana $h = (u, v) \in$ H inciduje s koncovými vrcholmi $u$, $v$.

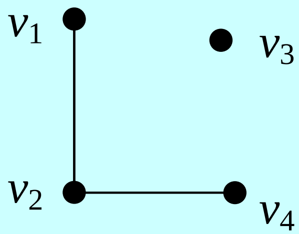
Hovoríme, že orhrana $h = [u, v] \in$ X inciduje s koncovými vrcholmi $u$, $v$.

Definícia : Nech G = (V, H) je graf, u ∈ V. Potom stupeň vrchola u udáva počet incidentných hrán s vrcholom $u$,

t.j. $\mathrm{st}(u) = \left|\{(u,v) : (u,v) \in H\}\right|$

Príklad : $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,

$H = \{(v_1, v_2), (v_2, v_4)\}$




$\mathrm{st}(v_1) = 1$
$\mathrm{st}(v_2) = 2$
$\mathrm{st}(v_3) = 0$
$\mathrm{st}(v_4) = 1$

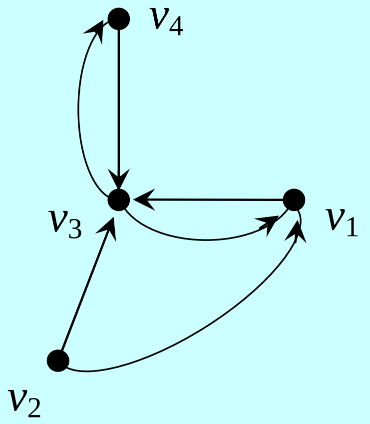
Definícia : Nech G = (V, H) je digraf. Potom definujeme niekoľko druhov stupňa vrchola $u \in$ V

- ***odchádzajúci stupeň vrcholu u*** udáva počet orientovaných hrán s počiatočným vrcholom $u$ $\mathrm{st}^+(u) = \left|\{[u,v] : \forall v \in V, [u,v] \in H\}\right|$
- ***prichádzajúci stupeň vrcholu u*** udáva počet orientovaných hrán s koncovým vrcholom $u$ $\mathrm{st}^-(u) = \left|\{[v,u] : \forall v \in V, [v,u] \in H\}\right|$
- ***celkový stupeň vrcholu u*** udáva počet incidentných hrán s vrcholom $u$ $\mathrm{st}(u) = \mathrm{st}^-(u) + \mathrm{st}^+(u)$

Príklady : $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,

$H = \{[v_1, v_3], [v_2, v_1], [v_2, v_3], [v_3, v_1], [v_3, v_4], [v_4, v_3]\}$

| | | |
|---|---|---|
| $st^+(v_1) = 1$ | $st^-(v_1) = 2$ | $st\,(v_1) = 3$ |
| $st^+(v_2) = 2$ | $st^-(v_2) = 0$ | $st\,(v_2) = 2$ |
| $st^+(v_3) = 2$ | $st^-(v_3) = 3$ | $st\,(v_3) = 5$ |
| $st^+(v_4) = 1$ | $st^-(v_4) = 1$ | $st\,(v_4) = 2$ |




Veta : V ľubovoľnom grafe, resp. digrafe G=(V, H) platí

$$\sum_{v \in V} st(v) = 2|H|.$$

Veta : V ľubovoľnom grafe, resp. digrafe G=(V, H) je počet vrcholov nepárneho stupňa párny

Definícia : Hovoríme, že graf, resp. digraf $G' = (V', H')$ je ***podgraf*** grafu G = (V, H), ak platí $V' \subseteq V$, $H' \subseteq H$. Ak $V' = V$ a $H' \subseteq H$, hovoríme o ***faktorovom podgrafe*** grafu, resp. digrafu. Ak $V' \subseteq V$ a $H' \subset H$, hovoríme o ***vlastnom podgrafe*** grafu, resp. digrafu.

Definícia : Nech G = (V, H) je graf, resp. digraf. Potom hovoríme o komplementárnom grafe, resp. digrafe ku grafu, resp. digrafu G ak

$V^{'} = V$ a $H^{'} = \{(u,v) : \forall u,v \in V, u \neq v, (u,v) \notin H\}$

resp. $H^{'} = \{[u,v] : \forall u,v \in V, u \neq v, [u,v] \notin H\}$.

Definícia : Úplnym grafom, resp. digrafom rozumieme graf, resp. digraf $K_n$ = (V, H), kde V = $\{v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n\}$ a H = $\{(v_i, v_j) : 1 \leq i \leq j \leq n\}$

resp. H = $\{[v_i, v_j] : i \neq j, i = 1,2,\ldots,n, j = 1,2,\ldots,n\}$.

Definícia : Hovoríme, že grafy sú izomorfné ak existuje bijektívne zobrazenie $f : V \rightarrow V^{'}$ také, že $(u, v) \in H \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in H^{'}$