Relácie a operácie na množine

Definícia : **Karteziánsky súčin** n množín $A_1, A_2, \ldots, A_n$, je $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$.

Prvkom karteziánskeho súčinu $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ je usporiadaná n-tica $[x_1, x_2, \ldots, x_n]$, kde $x_i \in A_i$, $1 \leq i \leq n$

Definícia : Funkciu f: $A^n \rightarrow A$, , $n \in N$ nazývame **n-árnou operáciou** na množine A

– pre $n = 1$ nazývame **unárna** operácia

– pre $n = 2$ nazývame **binárna** operácia

– pre $n = 3$ nazývame **ternárna** operácia

Príklady : $f(x, y) = x + y$

$k(x) = x + 3$

$l(x) = \frac{x}{y}$

Definícia : Binárna operácia f na množine A sa nazýva ***komutatívna***, keď pre každé $x, y \in A$ platí $f(x, y) = f(y, x)$.

Definícia : Binárna operácia f na množine A sa nazýva ***asociatívna***, ak pre každé $x, y, z \in$ A platí $f(f(x, y), z) = f(x, f(y, z))$.

Definícia : Prvok e sa nazýva ***neutrálny prvok*** (alebo jednotkový prvok) binárnej operácie f na A, ak pre každé $x \in$ A platí $f(e, x) = f(x, e) = x$.

Prvok o sa nazýva ***nulový prvok*** binárnej operácie f na A, ak pre každé $x \in$ A platí $f(o, x) = f(x, o) = o$.

Príklady :

komutatívnosť	$x \otimes y = y \otimes x$
asociatívnosť	$(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$
neutrálny prvok	$x \otimes e = e \otimes x = x$
nulový prvok	$o \otimes x = x \otimes o = o$

Definícia : Podmnožinu karteziánskeho súčinu $A \times A \times ... \times A = A^n$, $n \in$ N nazývame ***n*-árnou reláciou** na množine A.

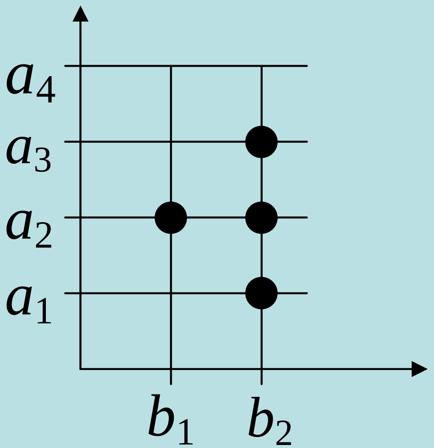
Poznámka : pre $n = 1$ nazývame **unárna** relácia, pre $n = 2$ nazývame **binárna** relácia, pre $n = 3$ nazývame **ternárna** relácia

Definícia : Ak P $\subseteq$ A $\times$ A je binárna relácia na A a $(a, b) \in$ P, tak hovoríme, že a je v relácií P s b. Namiesto $(a, b) \in$ P, píšeme aj $a\mathrm{P}b$

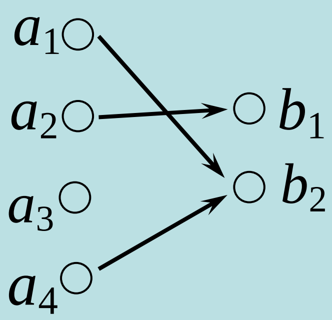
Príklad : $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$

$B = \{b_1, b_2\}$

$P = \{(a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_4, b_2)\}$



graf relácie



grafová reprezentácia

	b_1	b_2
a_1	0	1
a_2	1	1
a_3	0	0
a_4	0	1

maticová reprezentácia

Príklad : Relácia môže byť aj na tej istej množine $A = \{a, b, c, d, e\}$

$P = \{(a, b), (b, c), (a, d), (d, d), (e, d)\}$ je binárna relácia na A.

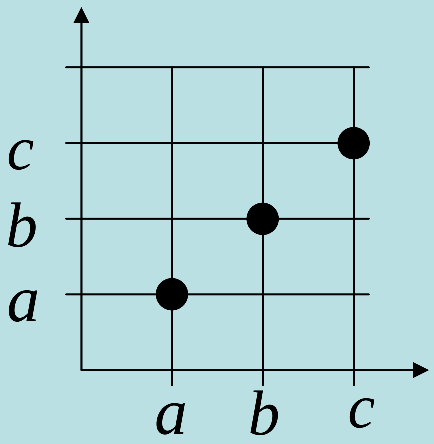
Definícia : Binárna relácia P na množine A sa nazýva

reflexívna, ak pre každé $a \in$ A platí aPa,

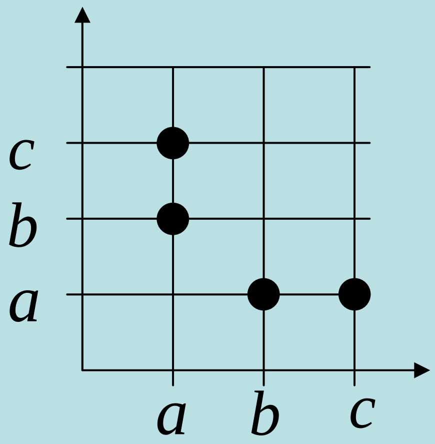
symetrická, ak z platnosti aPb vyplýva bPa ,

antisymetrická, ak z platnosti aPb a zároveň bPa vyplýva a = b,

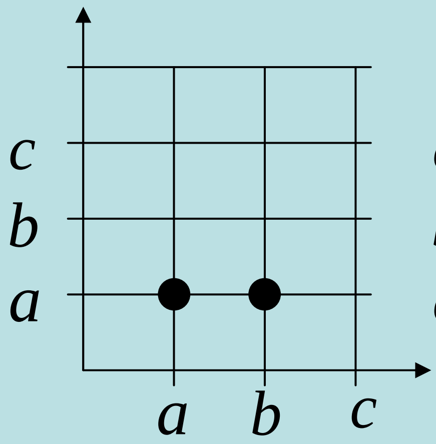
tranzitívna, ak z platnosti aPb a zároveň bPc vyplýva aPc ,



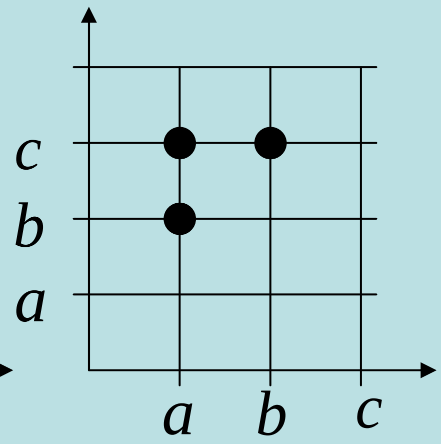
reflexívnosť



symetrickosť



antisymetrickosť



tranzitívnosť