

# Eulerovský ťah a sled

**Definícia :** *Eulerovským ťahom* nazveme taký ťah v grafe, ktorý obsahuje všetky hrany grafu.

**Veta :** *Nutná a postačujúca podmienka existencie eulerovského ťahu v súvislom grafe.*

V súvislom grafe existuje eulerovský ťah, ak všetky vrcholy v grafe sú párneho stupňa alebo práve dva vrcholy nepárneho stupňa.

## Algoritmus nájdenia eulerovského ťahu (Fleuryho algoritmus) (V grafe-každý vrchol párneho stupňa)

- 1° Konštrukciu eulerovského ťahu začneme v ľubovoľnom vrchole grafu a prejdenú hranu označíme.
- 2° Pri konštrukcii eulerovského ťahu nikdy nevyberáme ako nasledujúcu tu hranu, ktorá je takým mostom, že po jej odstránení sa graf pozostávajúci z neoznačených hrán a príslušných vrcholov rozpadne
  - a ) netriviálne komponenty
  - b ) netriviálny komponent a vrchol, v ktorom sme konštrukciu eulerovského ťahu začínali

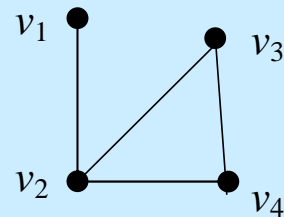
**Definícia :** *Uzavretý eulerovský sled* je taký sled, ktorý začína a končí v tom istom vrchole a obsahuje všetky hrany grafu (najmenšie nutné opakovanie hrany)

*Párením* v grafe  $G = (V,H)$  nazveme jeho podgraf, v ktorom každý vrchol má stupeň 1.

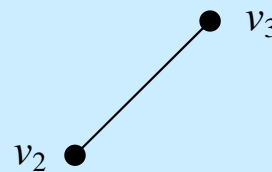
*Maximálnym párením* v grafe  $G = (V,H)$  je párenie, ktoré obsahuje počet vrcholov, resp. hrán.

*Maximálnym párením minimálnej ceny* v hranovoohodnotenom grafe  $G = (V,H,o)$  je maximálne párenie, ktorého súčet ohodnotených hrán je minimálny.

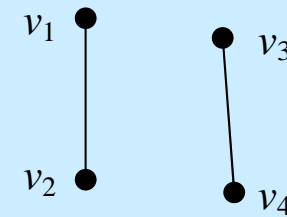
**Príklady :** Nájďte párenie v grafe



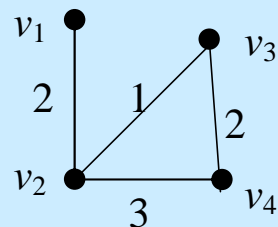
Párenie v grafe



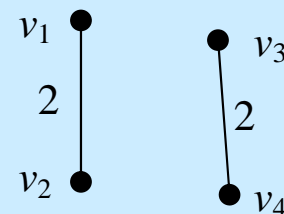
Maximálne párenie v grafe



**Príklady :** Nájďte v grafe maximálne párenie minimálnej ceny



Maximálne párenie minimálnej ceny v grafe



## Algoritmus nájdenia eulerovského sledu (Algoritmus Edmondsona)

- 1° V uvažovanom grafe určíme všetky vrcholy nepárneho stupňa (Ich počet je párný)
- 2° V uvažovanom grafe určíme vzdialenosti medzi všetkými vrcholmi nepárneho stupňa a zostrojíme z nich úplný graf. Ohodnotenia hrán tohto grafu sú vzdialenosti medzi príslušnými vrcholmi v pôvodnom grafe.
- 3° Vytvoríme maximálne párenie minimálnej ceny.
- 4° Hrany párenia pridáme k pôvodnému grafu. Dostaneme multigraf, ktorého všetky vrcholy sú párneho stupňa.
- 5° Zostrojíme eulerovský ťah v multigrafe.
- 6° Nahradíme každú hranu párenia v eulerovskom ťahu zodpovedajúcou cestou minimálnej dĺžky. Dostaneme sled, ktorý je uzavretým eulerovským sledom minimálnej dĺžky.