

Przykład z algebry liniowej rozwiązywany za pomocą programu Mathematica

Jan Guncaga
guncaga@pobox.sk

Aktualnie większość szkół podstawowych i średnich w naszym kraju pracuje w ogólnostowackim projekcie **Infovek**. W projekcie tym komputery coraz częściej są wykorzystywane w nauczaniu matematyki.

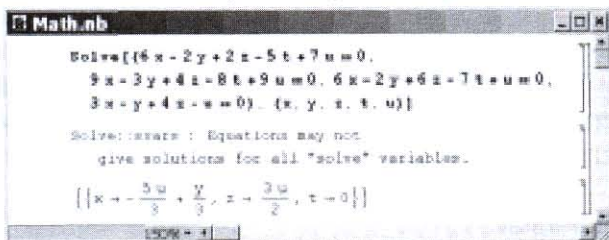
Ta sytuacja niesie nowe wyzwania dla wydziałów pedagogicznych wyższych szkół kształcących nauczycieli matematyki. Na Wydziale Pedagogicznym Uniwersytetu Katolickiego w Ružomberoku włączyliśmy w minionym roku akademickim w siatkę studiów obowiązkowy przedmiot: **Naukowy Softwer z matematyki**. Celem tego przedmiotu jest przybliżenie studentom dwóch programów komputerowych: **Mathematica** oraz **Matlab**. W tym artykule pokaże sposób wykorzystania pierwszego z nich.

Przykład z algebry liniowej

Rozwiąż w R^5 układ równań liniowych:

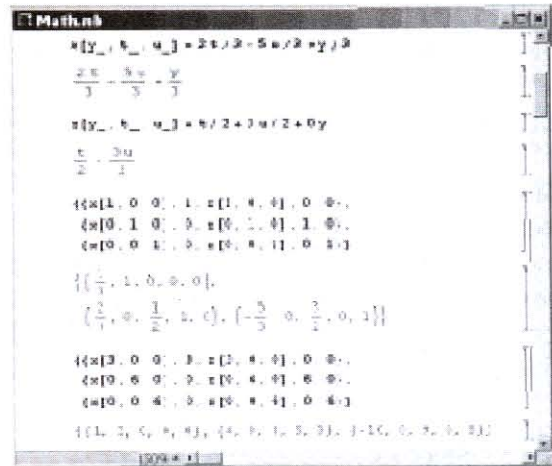
$$\begin{cases} 6x - 2y + 2z - 5t + 7u = 0 \\ 9x - 3y + 4z - 8t + 9u = 0 \\ x - 2y + 6z - 7t + u = 0 \\ 3x - y + 4z - 4t - u = 0 \end{cases}$$

Celem tego zadania było to, aby studenci nauczyli się rozwiązywać układy równań liniowych dwoma sposobami. Z jednej strony bezpośrednio za pomocą procedur programu **Mathematica**, które pozwalają szybko rozwiązać ten układ równań, z drugiej strony wykonywać za pomocą elementarnych operacji na wierszach macierzy współczynników układu, także w tym samym programie. Oto rozwiązanie za pomocą procedury **Solver** (rys. 1).



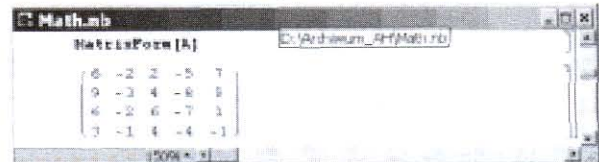
Rys. 1

Widzimy, że program podaje rozwiązanie dla x i z za pomocą zmiennych t , u , y . Wiemy, że rozwiązaniem układu równań jest podprzestrzeń generowana przez wektory, w naszym przypadku wektory z przestrzeni pięciowymiarowej $V_5(R)$. Aby uzyskać wektory, które generują tę podprzestrzeń piszemy następujący programik (rys. 2).



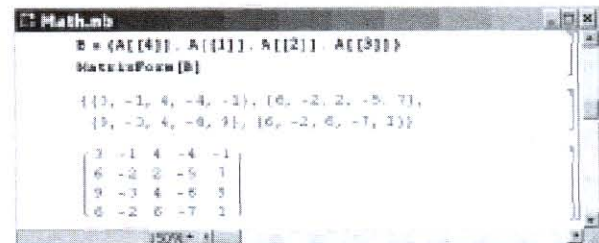
Rys. 2

Rozwiązaniem naszego układu jest podprzestrzeń $\{(1, 3, 0, 0, 0), (4, 0, 3, 6, 0), (-10, 0, 9, 0, 6)\}$. Rozważany układ równań możemy także rozwiązać przy pomocy elementarnych operacji na wierszach macierzy współczynników. Najpierw wpisujemy macierz układu A w program **Mathematica** (rys. 3).



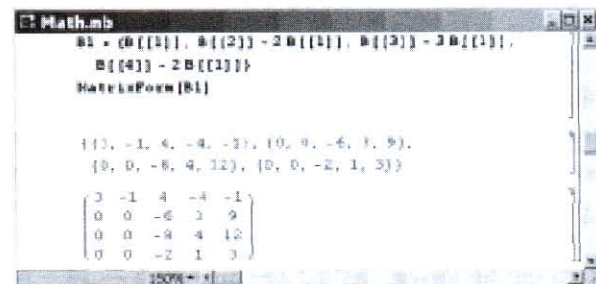
Rys. 3

Teraz możemy wykonywać elementarne operacje na wierszach tej macierzy. Program umożliwia zamianę wierszy macierzy (rys. 4).



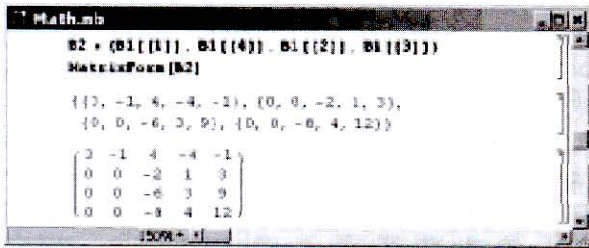
Rys. 4

Mnożymy wyrazy pierwszego wiersza macierzy przez odpowiednią liczbę i odejmujemy od wyrazów wiersza drugiego, trzeciego i czwartego w taki sposób, aby początkowe wyrazy otrzymanych wierszy były równe zero (rys. 5).

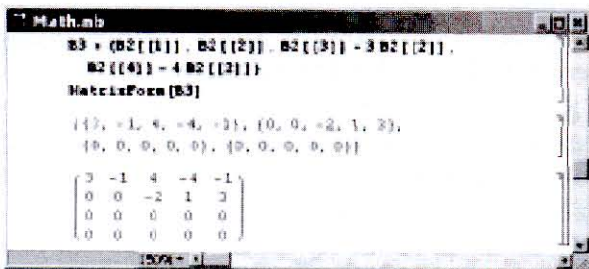


Rys. 5

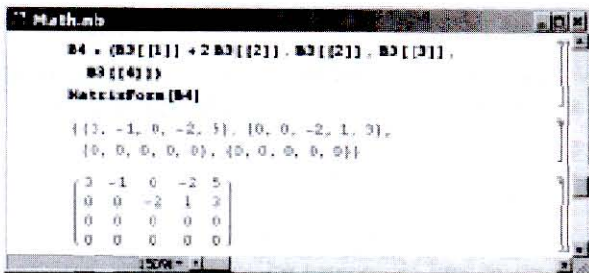
Postępując analogicznie, jak poprzednio (rys. 6, rys. 7, rys. 8) dochodzimy do macierzy trójkątnej (rys. 9).



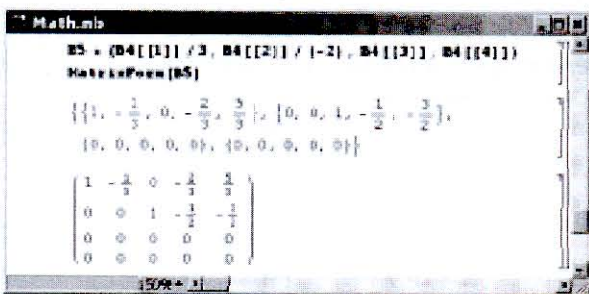
Rys. 6



Rys. 7

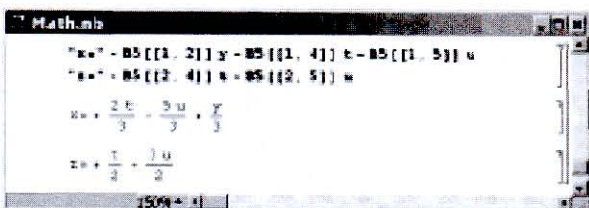


Rys. 8



Rys. 9

Korzystając z ostatniej macierzy możemy także wyrazić zmienne x i z za pomocą zmiennych t , u oraz y (rys. 10).



Rys. 10

Problemy studentów przy rozwiązywaniu zadań

Studenci po przerobieniu przykładowego rozwiązania na komputerze jednego zadania, samodzielnie rozwiązywali kolejne równania. Najlepiej rozwiązywali je studenci kierunku matematyka z informatyką. W ten sposób wszyscy nauczyli się rozwiązywać takie równania za pomocą procedur programu. Najczęściej mieli jednak kłopoty z wykonywaniem elementarnych operacji na wierszach macierzy. Najłatwiej było im zaprogramować zamianę wierszy macierzy. Niektórzy studenci z nieinformatycznych nauczycielskich kierunków w ogóle nie potrafili zaprogramować żadnych elementarnych operacji na macierzach. Ten problem wynikał prawdopodobnie z faktu, że w szkole średniej nie uczyli się programowania w żadnym z języków. Uczyli się tylko używać programu **Word** i **Excel** w systemie operacyjnym **Windows**.

Na naszym Wydziale, studenci nie mają żadnego przedmiotu, który byłby poświęcony programowaniu. Z tego też powodu obowiązkowy przedmiot **Naukowy Softver z matematyki** może spełnić ważną rolę przy zaznajamianiu ich z podstawami programowania ukierunkowanego na rozwiązywanie matematycznych problemów.

Omawiany przykład przedstawia zaledwie mały fragment tego, co umożliwiał program **Mathematica** w ramach teorii rozwiązywania układów równań liniowych. Podobnie możemy używać tego programu w ramach innych działów matematyki. Przy jego używaniu ważne jest jednak, aby studentom były zadawane takie zadania, których rozwiązania nie umożliwia program **Mathematica** za pomocą tylko jednej procedury. Jest ważne, aby programowanie było dla studentów narzędziem na powtarzanie i wizualizację używanych pojęć oraz do konstrukcji nowych pojęć.

Autor jest pracownikiem Katedry Matematyki i Fizyki w Katolickim Uniwersytecie w Ružemberoku na Słowacji

Z języka słowackiego tłumaczył
Adam Płocki