

## Motivačné úlohy vo vyučovaní logiky

Ján Gunčaga

*ABSTRACT: The knowledge of logic by the students for the first degree at the secondary school is often formal, because the teaching of logic is usually without motivation. This paper shows some examples, how the teaching of logic can motivate and make the subject more interesting.*

KEYWORDS: výrok, negácia výroku, implikácia a jej negácia, logický hlavolam

Logika sa na strednej škole vyučuje často formálne a bez dostatočnej motivácie. Dôsledkom toho sú plytké vedomosti študentov a malý rozvoj ich logického myslenia. Keď niektorí študenti nepochopia toto učivo, snažia sa ho naučiť naspamäť memorovaním.

Uvedené úlohy môžu poslúžiť ako námet na oživenie vyučovacích hodín a na zmenu spôsobu vyučovania logiky. Väčšina z nich je formulovaná ako logické hlavolamy, preto môžu vzniknúť pochybnosti, či ich budú schopní študenti riešiť. Preto uvediem na začiatku dve úlohy so študentskými riešeniami:

**Príklad 1.** Sú traja priatelia: Alojz, Bohuš, Boris. Jeden je automechanik, druhý betonár, tretí agronóm. Jeden býva v Bratislave, druhý v Bytči a tretí v Alekšinciach. Vieme o nich toto:

- (1) Boris málokedy navštívi hlavné mesto, hoci tam býva celé jeho príbuzenstvo.
  - (2) Medzi touto trojicou sú dvaja ľudia, ktorých zamestnanie a bydlisko sa začínajú tým istým písmenom ako ich meno.
  - (3) Automechanikova manželka je Borisova mladšia sestra.
- Zistite zamestnanie a bydlisko tejto trojice osôb.

**Riešenie:** V zadaní úlohy dve mená začínajú na písmeno b, jedno na a. Dve zamestnania začínajú písmenom a, jedno na b. Z tvrdenia (2) vyplýva, že tými dvoma ľuďmi nemôžu byť Boris s Bohušom, lebo nemáme dve zamestnania začínajúce písmenom b. Preto jedným z nich musí byť Alojz. Alojz musí bývať v Alekšinciach a jeho zamestnanie môže byť agronóm alebo automechanik.

Z (1) a (3) vyplýva, že Boris nie je z Bratislavy, ale automechanik (Borisov príbuzný) už je z Bratislavy. To znamená, že Boris býva v Bytči a Bohuš v Bratislave. Potom Bohuš musí byť manželom Borisovej sestry a teda je automechanik. Tak dostaneme, že Alojz je agronóm a Boris je betonár. Tieto výsledky môžeme zhrnúť do nasledovnej tabuľky, prípadne ju použiť ako pomôcku pri riešení úlohy, ak sa postupne vyplní:

Meno	Alojz	Boris	Bohuš
Zamestnanie	agronóm	betonár	automechanik
Bydlisko	Alekšince	Bytča	Bratislava

Negáciu výrokov možno precvičiť na tomto hlavolame:

**Príklad 2.** Keď kriminalisti našli psychiatra mŕtveho v byte, vypočúvali štyroch jeho pacientov. Polícia od svedkov vedela, že každý z týchto pacientov bol v byte psychiatra práve raz. Pred výsluchom sa pacienti dohodli, že budú hovoriť samé klamstvá. Každý uviedol dve výpovede:

A: 1. Nikto z nás štyroch nezabil psychiatra.  
2. Keď som odchádzal, psychiater ešte žil.

B: 1. Ja som prišiel ako druhý.  
2. Keď som prišiel, psychiater bol mŕtvy.

C: 1. Ja som prišiel ako tretí.  
2. Keď som prišiel, psychiater žil.

D: 1. Vrah neprišiel po mne.  
2. Keď som prišiel, psychiater bol už mŕtvy.

Ktorý z pacientov A, B, C, D zabil psychiatra?

**Riešenie:** Keďže všetci klamali, tak psychiater bol živý, keď k nemu vošli B, D a mŕtvy, keď od neho odchádzal A a prichádzal C.

B neprišiel ako druhý, to znamená, že mohol prísť ako prvý, tretí alebo štvrtý. Keďže vtedy ešte psychiater žil, nemohol prísť ako tretí alebo štvrtý, takže musel prísť ako prvý. Potom musel prísť D ako druhý.

C nemohol prísť ako tretí, takže prišiel ako prvý, druhý alebo štvrtý.

Pred ním už boli B, D, teda prišiel štvrtý. Keď prichádzal psychiater bol už mŕtvy. Takto dostaneme, že A musel prísť ako tretí a zabiť psychiatra. Študent mal aj zaujímavý zápis tohto riešenia:

A: 1, 2, 3, 4 † zabil  
 B: 1, 3, 4 ‡  
 C: 1, 2, 4 †  
 D: 1, 2, 3, 4 ‡

B, D, A, C

Študentom robí veľké problémy aj negácia implikácie. Zložený výrok typu  $A \Rightarrow B$  negujú často ako  $A' \Rightarrow B'$ , kde  $A'$ ,  $B'$  sú negácie jednoduchých výrokov A, B. Zdôvodniť to možno pomocou tabuľky pravdivostných hodnôt:

A	B	A'	B'	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B)'$	$A' \Rightarrow B'$	$A \wedge B'$
1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0

Prípadne využiť nasledovnú motivačnú úlohu:

**Príklad 3.** Ondrej si povedal: „Ak Elena nevie variť, tak si ju nevezmem za ženu“. Elenini rodičia prišli za Ondrejom a presvedčili ho o pravom opaku. O čom ho presvedčili? Kto varí u mladomanželov?

**Riešenie:** Negácia výroku „Ak Elena nevie variť, tak si ju nevezmem za ženu“ je „Elena nevie variť a vezmem si ju za ženu“. To ďalej znamená, že varí Ondrej.

Ďalšia zaujímavá skupina úloh sa nachádza v [3]. Predstavme si krajinu Tramtária, v ktorej sa nachádzajú iba tri dediny: Pravdovce, Klamárovce a Striedavá. V Pravdovciach hovoria vždy pravdu, v Klamárovciach vždy klamú a v Striedavej striedavo hovoria pravdu a klamstvo.

**Príklad 4.** Na tamojšej požiarnej stanici spal strážnik, keď ho zrazu zobudil telefón.

- Príďte hneď. Horí v našej dedine - vzrušene znel hlas v telefóne.
- Kde bývate? - spýtal sa strážnik.
- V Striedavej - odpovedá hlas.

Čo urobí strážnik?

**Riešenie:** Ak by bol volajúci z Pravdoviec, tak by vždy hovoril pravdu a nemohol by povedať, že je zo Striedavej. Ak by bol z Klamárova, tak vždy

klame a aj jeho prvý výrok je nepravdivý. Ak by bol so Striedavej tak buď prvý výrok je pravdivý a druhý je nepravdivý alebo prvý je nepravdivý a druhý je pravdivý. Keďže je zo Striedavej nastane druhá možnosť. To znamená, že prvý výrok je vždy nepravdivý a strážnik nemusí nič urobiť.

Zaujímavým dôsledkom tejto úlohy je, že ak niekto telefonuje z Tramtárie a povie dva výroky a druhý je „Som zo Striedavej” , tak prvý výrok je vždy nepravdivý.

Na záver si uvedme zaujímavú úlohu na tautológiu  $(A')' \Leftrightarrow A$  :

**Priklad 5.** Pútnik putoval z Bagdadu do Buchary. Pri jednej osade došiel na rázcestie, kde jedna cesta viedla do púšte a druhá do Bagdadu. V tej osade žili ľudia, z ktorých časť vždy klame a časť vždy hovorí pravdu. Pútnikovi, ktorý sa ich chcel niečo spýtať, boli ochotní odpovedať len na jedinú otázku jediným slovom "áno" alebo "nie". Napriek tomu sa pútnik dozvedel, ktorou cestou má ísť. Opýtal sa iba jediný raz jediného dedinčana. Čo sa opýtal?

**Riešenie:** Mohol sa opýtať: „Ak by som sa ťa opýtal, či táto cesta vedie do Buchary, odpovedal by si áno?” Ak by dedinčan hovoril pravdu povedal by pravdu, ak by klamal, musel by klamať „dvakrát”. Prvý raz na to, či vedie cesta do Buchary, druhý raz na to, či by odpovedal áno, preto aj on potom povie pravdu.

### Úlohy na precvičenie:

1. Jedného večera sa stala vražda v dome, kde býval manželský pár a ich syn a dcéra. Jeden člen rodiny zavraždil iného člena, tretí člen rodiny bol svedkom zločinu a štvrtý bol pomocníkom pri zahládzaní stôp po čine. Kriminalisti zistili tieto skutočnosti:

- Pomocník a svedok boli opačného pohlavia.
- Najstarší člen rodiny a svedok boli opačného pohlavia.
- Najmladší člen rodiny a svedok boli opačného pohlavia.
- Pomocník bol starší ako obeť.
- Najstarším členom rodiny bol otec.
- Vrah nebol najmladší člen rodiny.

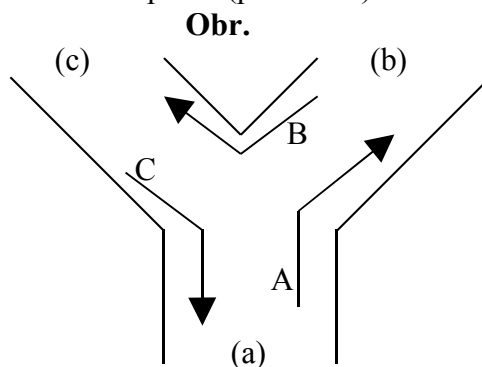
Kto z tých štyroch bol vrah a kto obeť ?

2. Ideálny muž podľa Marty je vysoký, čiernovlasý a pekný. Pozná štyroch mužov, ktorí sa volajú Andrej, Boris, Cyril a Daniel. Len jeden z nich má všetky vlastnosti, ktoré Marta požaduje. Okrem toho

- Len traja muži sú vysokí, len dvaja tmavovlasí a len jeden je pekný.
- Každý z tých štyroch mužov má aspoň jednu z požadovaných vlastností.
- Andrej a Boris majú rovnakú farbu vlasov.
- Boris a Cyril sú rovnako vysokí.
- Cyril a Daniel majú rôznu výšku.

Ktorý z tých štyroch mužov spĺňa všetky požiadavky Marty?

3. Jeden turista, ktorý si chcel obzrieť Tramtáriu sa pri svojich potulkách ocitol na križovatke troch ciest. Prišiel síce na to, že jedna cesta ide do Pravdoviec, druhá do Klamároviec a tretia do Striedavej. Ale, ktorá kde? Nikde žiadna orientačná tabuľa! Na šťastie na každej ceste sa objavil človek, ktorý na križovatke odbočoval doprava (pozri obr.).



Ľuďom A, B, C položil reportér tri otázky a dostal tieto odpovede:

a) Odkiaľ prichádzate?

A: Z Klamárova.

B: Z domu.

C: Z . . .

b) Kam idete?

A: Ja idem domov.

B: Do obce, kde býva priateľ A.

C: Do Pravdoviec

c) Kde bývate?

A: V Pravdovciach.

B: V Klamárovciach.

C: V . . .

Žiaľ prvú a poslednú odpoveď občana C turista nepočul. Len toľko zachytil, že v týchto odpovediach občan C menoval niektorú z troch dedín Tramtárie, ale nevedel, či tú istú alebo rôzne dediny. Napriek tomu, turista zistil, ktorá cesta kam vedie. Neskôr sa ukázalo, že B, C sú z tej istej dediny a turista určil neznáme odpovede občana C. Ako na to prišiel?

4. Traja súrodenci Katka, Elenka a Petřík zjedli potajomky mamičke 5 tabuliek čokolády, ktoré prichystala na výlet. Matka začala vyšetrovanie. Deti sa zborovo ohradili:

Katka: Ja som sa nijakej čokolády nedotkla!

Elenka: Ja som sa nijakej čokolády nedotkla!

Petřík: Ja som sa nijakej čokolády nedotkol!

-Nuž takto sa nikde nedostaneme. Pri ďalšom vypočúvaní sa zistilo:

Katka: Elenka si vzala viac ako Peťo!

Elenka(ku Katke):Klameš!

Petrík:Katka a Elenka si vzali všetko!

Katka(ku Petrikovi):Klameš!

Pri konečnom vysvetlení situácie sa ukázalo, že každé dieťa klamalo toľkokrát, koľko tabuliek čokolády zjedlo. Zistite, koľko tabuliek čokolády zjedlo každé z detí!

*Literatúra:*

- [1] Kluvánek I. :*Prípravka na diferenciálny a integrálny počet I. časť.* skriptá. Žilina , VŠDS 1991
- [2] Drábek J. a kol. : *Základy elem. aritmetiky pre I. st. ZŠ.* Praha, SPN 1984
- [3] Bizám G., Herczeg J. : *Zaujímavá logika.* Bratislava, Alfa 1982
- [4] Smida J. a kol. : *Matematika pre I. ročník gymnázia.* Bratislava, SPN 1984