

Počtové operácie pomocou „Napier bones“

Štefan Tkačik

Abstract: John Napier, nearing the end of his life, developed an ingenious arithmetic tricks. His invention was a method for performing arithmetic operations by the manipulation of rods, called “bones” because they were often constituted from bones and marked with digits. This article describes a way how to discharge the processes of multiplication and division into the comparatively simple tasks of addition and subtraction.

Key words: John Napier, method for performing arithmetic operations, rods called “bones”

MESC: A30, I20

John Napier položil začiatkom 17.storočia základy logaritmov. Pomocou jeho myšlienky dokázali matematici pretransformovať násobenie na sčítanie a delenie na odčítanie. Napierov logaritmus sa líšil od logaritmu, ktorý poznáme dnes, ale aj vďaka nemu bolo možné veľmi veľké a zložité výpočty pretransformovať na jednoduchšie a skrátit' tak čas na matematické výpočty [1]. Aj napriek tejto metóde rozmýšľal Napier aj na iných technikách, ktoré by zjednodušili násobenie, delenie, odmocňovanie. Jeden zo spôsobov, na ktoré prišiel a zdokonalil publikoval krátko pred svojou smrťou v diele Rabdologiae je dnes známy ako Napierove kostičky (Napier bones).

Napierové kostičky je vlastne počítadlo vytvorené Johnom Napierom pre výpočty násobenia, delenia a odmocňovania čísel, ktoré sú založené na Arabskej matematike a tabuľka násobenia použitá Fibonaccim v diele Liber Abaci.

1. Násobenie a delenie pomocou Napierových kostičiek

Použitím tabuľky pre násobenie, môžeme násobenie redukovať na operácie sčítania a delenie na operáciu odčítania (nejde však o logaritmy). Napierové počítadlo pozostáva z doštičky a 10 kostičiek-prútikov v tvare kvádra. Každá z týchto kostičiek má na vrchnej stene nakreslených 10 štvorčekov pričom v prvom štvorčeku je jedno z čísiel 0, 1, ..., 9. Na každej kostičke v každom ďalšom štvorčeku sú násobky (1, 2, ..., 9) čísla z prvého štvorčeka obrázok 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9	0/0
0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8	0/0
0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7	0/0
0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6	0/0
0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5	0/0
0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4	0/0
0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3	0/0
0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2	0/0
0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1	0/0

Obrázok 1

Príklad: Vynásobíme $30\,422 \times 6$.

Riešenie : Vezmeme si kostičky s číslami v prvom štvorčeku 3, 0, 4, 2, 2

V týchto kostičkách si vezmeme 6 riadok (násobíme číslom 6). Následne sčítame čísla k kosodĺžnikom (obrázok 2). Dostávame čísla $1/8 + 0/0 + 2/4 + 1/2 + 1/2 \Rightarrow 1/8/2/5/3/2$, dostaneme číslo 182 532.

		3	0	4	2	2					
1	0	3	0	0	4	0	2				
2	0	6	0	0	8	0	4	0	4		
3	0	9	0	1	2	0	6	0	6		
4	1	2	0	1	6	0	8	0	8		
5	1	5	0	2	1	0	1	0	1	0	
6	1	8	0	2	4	1	2	1	2	1	2
7	2	1	0	2	8	1	4	1	4	1	4
8	2	4	0	3	2	1	6	1	6	1	6
9	2	7	0	3	6	1	8	1	8	1	8

Obrázok 2

		3	0	4	2	2					
1	0	3	0	0	4	0	2	0	2		
2	0	6	0	0	8	0	4	0	4		
3	0	9	0	1	2	0	6	0	6		
4	1	2	0	1	6	0	8	0	8		
5	1	5	0	2	1	0	1	0	1	0	
6	1	8	0	2	4	1	2	1	2	1	2
7	2	1	0	2	8	1	4	1	4	1	4
8	2	4	0	3	2	1	6	1	6	1	6
9	2	7	0	3	6	1	8	1	8	1	8

Obrázok 3

		3	0	4	2	2					
1	0	3	0	0	4	0	2	0	2		
2	0	6	0	0	8	0	4	0	4		
3	0	9	0	1	2	0	6	0	6		
4	1	2	0	1	6	0	8	0	8		
5	1	5	0	2	1	0	1	0	1	0	
6	1	8	0	2	4	1	2	1	2	1	2
7	2	1	0	2	8	1	4	1	4	1	4
8	2	4	0	3	2	1	6	1	6	1	6
9	2	7	0	3	6	1	8	1	8	1	8

Obrázok 4

Podobným spôsobom môžeme násobiť 30 422 aj viacciferným číslom napríklad 503.

Násobením číslom 5 152110 (obrázok 3)

Násobením číslom 0 00000

Násobením číslom 3 91266 (obrázok 4)

Výsledok..... 15302266

Príklad: Delíme 95 768 : 43.

Riešenie : Vezmeme si kostičky s číslami v prvom štvorčeku 4, 3. Hľadáme 1, 2, ..., 9 násobok čísla 43, ktorý je najväčší nie väčší ako číslo zostavené z prvých dvoch cifier čísla 957 768, t.j. 95. To číslo hľadáme v 4 stĺpci a nájdeme v 2 riadku, t.j. 86, máme prvú číslicu z výsledku 2 (obrázok 5). Odčítaním 95 – 86 dostaneme 9, pridáme ďalšiu číslicu z čísla 957 768, t.j. 7. A celý postup zopakujeme pre číslo 97. Opäť 86 je najväčšie číslo nie väčšie ako 97. Máme 2 - druhú číslicu z výsledku.

		4	3	
1	0	4	0	43
2	0	8	0	86
3	1	2	0	129
4	1	6	1	172
5	2	0	1	215
6	2	4	1	258
7	2	8	2	301
8	3	2	2	344
9	3	6	2	387

Obrázok 5

Opakovaním tohto postupu dostaneme

$$\begin{array}{r}
 95\ 768 \quad 2227 \\
 -86 \\
 \hline
 9\ 7 \\
 -86 \\
 \hline
 1\ 16 \\
 -86 \\
 \hline
 308 \\
 -301 \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

Teda $95\ 768 : 43 = 2227$ a zvyšok 7. Je to zapísané jednoduchším spôsobom ako pôvodne zapisovali [2]

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} 4\ 3 \\ 4\ 3 \end{array} \left. \begin{array}{l} 9\ 5 \\ 7\ 6\ 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2\ 2\ 2\ 7 \\ 7 \end{array} \left| \begin{array}{l} 4\ 3 \\ 4\ 3 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Obrázok 6

2. Druhá odmocnina pomocou Napierových kostičiek

Napier pomocou kostičiek dokázal nájsť s danou presnosťou aj druhú odmocninu z ľubovoľného čísla. Ide o unikátnu metódu odvodenú od druhých mocnín. K daným kostičkám sa pridá ešte jedna (obrázok 7). Tá pozostáva z troch stĺpčiek (mocnina 2, násobok 2, čísla 1, 2, ..., 9).

Príklad: Vypočítame druhú odmocninu z 104 976.

Riešenie : Vezmeme číslo 104 976 a rozdelíme ho na dvojice cifier z pravej strany, teda 10/49/76. Hľadáme najväčšie číslo nie väčšie ako číslo tvorené prvou dvojicou cifier z ľavej strany – 10. To číslo nájdeme v 3. riadku (obrázok 7). Odčítame číslo 10 – 9 (číslo v treťom riadku). Pridáme rozdiel k ďalšej dvojici cifier a dostaneme číslo 149. Ku kostičke s odmocninou pridáme kostičku s číslom 6 (druhý stĺpček v treťom riadku). V takto spojenej tabuľke hľadáme číslo (v poslednom stĺpci tabuľky –obrázok 8), ktoré je najväčšie nie väčšie ako 149, tým číslom je číslo v 2. riadku – 124.

$$\begin{array}{r}
 10 \overset{0}{\mid} 49 \overset{7}{\mid} 6 \quad 32 \\
 \underline{-9} \\
 1 \ 49 \\
 \underline{-1 \ 24} \\
 25
 \end{array}$$

		$\sqrt{\quad}$		
0	1	2	1	
0	4	4	2	
0	9	6	3	
1	6	8	4	
2	5	10	5	
3	6	12	6	
4	9	14	7	
6	4	16	8	
8	1	18	9	

Obrázok 7

6		$\sqrt{\quad}$				
0	0	0	1	2	1	61
1	2	0	4	4	2	124
1	8	0	9	6	3	189
2	4	1	6	8	4	256
3	0	2	5	10	5	325
3	6	3	6	12	6	396
4	2	4	9	14	7	469
4	8	6	4	16	8	544
5	4	8	1	18	9	621

Obrázok 8

K čísliciam 2,5 pridáme posledné dve číslice z čísla 104976, t.j. 76. K hľadaniu najväčšieho čísla nie väčšieho ako 2576 použijeme tabuľku z obrázku 8 doplnenú o kostičku 4 (číslo v druhom riadku druhého stĺpca kostičky s odmocninou)-obrázok 9. Číslo, ktoré je najväčšie, ale nie väčšie ako 2576, je číslo 2576. Rozdiel je 0, preto $\sqrt{104976} = 324$.

6	4	$\sqrt{\quad}$					
0	6	0	0	1	2	1	641
1	2	0	8	0	4	4	1284
1	8	1	2	0	9	6	1929
2	4	1	6	1	6	8	2576
3	0	2	0	2	5	10	3225
3	6	2	4	3	6	12	3876
4	2	2	8	4	9	14	4529
4	8	3	2	6	4	16	5184
5	4	3	6	8	1	18	5841

Obrázok 9

3. Záver

Napierové kostičky od začiatku 17.storočia prešli rôznymi menšími transformáciami a úpravami, napr. v 19.storočí kostičky boli vytvorené pod uhlom 65°, aby sa lepšie čítali. Nesporné však je, že pomohli k technikám, ktoré sa dnes prezentujú pri vyučovaní násobenia na základných školách. Čo však je na škodu, že technika hľadania druhých, resp. tretích odmocnín už tak často sa neprezentuje a odchádza pomaly do zabudnutia.

Literatúra

- [1] TKAČIK Š.: *Počiatky zavedenia logaritmu* s.205-210, In: Acta Mathematica 10, FPV UKF, 2007, Nitra, ISBN 978-80-8094-181-9.
- [2] LEUPOLD, J.: *Theatrum arithmetico geometricum, das ist: Schau-Platz der Rechen- und Mess-Kunst.*, Leipzig: Christoph Zunkel, 1727.
- [3] GUNČAGA, J.: *Limitné procesy v školskej matematike*. Dizertačná práca, FPV UKF, Nitra, 2004. In: <http://fedu.ku.sk/~guncaga/publikacie/DizWeb.pdf>

Adresa autora:

RNDr. Tkačik Štefan PhD.
Katedra Matematiky
PF Katolícka univerzita v Ružomberku
Námestie Andreja Hlinku 56
034 01 Ružomberok
tkacik@fedu.ku.sk