

O rozumieniu pojęcia funkcji w szkole średniej.

Understanding concept of function by secondary school students

Jadwiga Orłowska

Abstract:

The notion of a function plays a crucial role in teaching mathematics. Unfortunately, students have big problems with understanding this notion. It is very important to search permanently tools reducing these difficulties and make attempts to activate students in the participation of defining and understanding the notion of a 'function'.

The method of a project, which I suggest for realizing the issues connected with the understanding the notion of a function allows to activate a student in a considerable degree. After the research conducted in one of the Rzeszów secondary school it was possible to form a conclusion that active approach to a subject is an effective impulse which motivates students to act in a creative way.

Such method contributes in general recognition and development of student's communicative skills which perfectly harmonizes with the method of a project.

Key words: understanding, function, project as a teaching methods

MESC: C30

1. Wstęp.

W nauczaniu matematyki funkcje odgrywają podstawą rolę. Dlaczego napotykamy tak wiele problemów dydaktycznych? Można odnieść się między innymi do zasady paralelizmu dydaktycznego, która powinna odgrywać znaczącą rolę w doborze treści i metod nauczania na poszczególnych poziomach kształcenia. Jak zatem uczyć funkcji tak, aby to czynić skutecznie?

Od kilku lat obserwujemy zainteresowanie metodami aktywnymi, do których należy metoda projektu. Podstawą tej metody jest rozwój nawyków poznawczych uczniów, umiejętności samodzielnego konstruowania swojej wiedzy i rozwój myślenia krytycznego. Ze względu na dominującą działalność wyróżnia się projekty:

- a) badawcze – struktura projektu jest w pełni zgodna z logiką badania naukowego określonej dziedziny nauki
- b) twórcze – struktura nie jest w pełni określona; w toku pracy rozwija się i jest podporządkowana rodzajowi końcowego efektu
- c) poznawcze (informacyjne) – struktura jest ściśle określona i ukierunkowana na zebranie pełnej informacji o pewnym obiekcie
- d) praktyczne (zastosowań) – struktura zależy od rodzaju obiektu i sposobu jego zastosowania
- e) zabawowe (gry) – struktura jest określona ogólnie na początku i toczy się w czasie; uczestnicy pełnią określone role wyznaczone przez treść i konwencję projektu (teatr, gra, dialog, itp.)

W metodzie projektu ważny jest wybór tematu, który powinien być dostosowany do możliwości i zainteresowań uczniów, potrzeb nauczyciela i o ile to możliwe, środowiska szkolnego. Następnie ustalamy termin realizacji, formę w jakiej przedstawiony będzie projekt, zasady pracy oraz kryteria oceniania.

2. Cel artykułu.

Matematyka w opinii moich uczniów jest przedmiotem niezwykle trudnym. Postrzegana jest jako dyscyplina skomplikowana i trudna do zrozumienia, wręcz używając słów uczniów zagmatwana. Taką negatywną opinię wyraziło ponad 90 % uczniów, z którymi przyszło mi pracować w jednej z rzeszowskich szkół średnich. Walka z tym stereotypem staje się dziś prawdziwym wyzwaniem dla czynnego nauczyciela matematyki. Do takich negatywnych opinii, przyczyniają się niestety i sami nauczyciele przedstawiając matematykę jako przedmiot zrozumiały, tylko dla wybranych. Szczególną uwagę nauczyciele zwracają nie na możliwości poznawcze ucznia, a na wiedzę potrzebną do wypełnienia testu kompetencji. Postanowiłam pomóc swoim uczniom spojrzeć na matematykę jako na narzędzie pracy twórczej, przydatne w otaczającej nas rzeczywistości.

Do podjęcia pracy metodą projektu zachęciła mnie lektura artykułu Marie Kubinovej *Aktywizująca rola projektu w nauczaniu matematyki* [6]. Metoda ta realizowana jest m.in. na Wydziale Pedagogicznym Uniwersytetu Karola w Pradze, z którym Instytut Matematyki Uniwersytetu Rzeszowskiego współpracuje na polu naukowym.

3. Metoda badawcza.

Metoda projektu duże zainteresowanie wzbudziła w Stanach Zjednoczonych, gdzie zaczęto ją stosować na początku XX wieku. Za jej twórcę uważa się Williama H. Kilpatricka, który przedstawił założenia metody projektu w pracy zatytułowanej *The Project Method*. Uważał on, że metoda ta nie jest w istocie jedną z wielu metod kształcenia, lecz jest naczelną zasadą dydaktyczną. Kilpatrick twierdził ponadto, że uczniowie powinni samodzielnie zdobywać wiadomości i sprawdzać umiejętności w konkretnych sytuacjach życiowych, nie powinno się ich zmuszać do podejmowania niechcianych przez nich działań, bo jako niechciane – nie przyniosą trwałego i zadowalającego efektu. Dlatego tak ważnym jest, aby stale podejmować próby aktywnego udziału uczniów w definiowaniu i rozumieniu różnych pojęć, na co pozwala metoda projektu.

Nauczanie metodą projektu, jest alternatywą dla nauczania formalnego. Nauczanie projektowe koreluje z innymi przedmiotami. Pomaga uzyskać kompleksową wiedzę. Nauczyciel przyjmuje tu rolę przewodnika bądź życzliwego obserwatora, stąd określenie jego roli jako progresytywicznej. Jest to z całą pewnością rola trudniejsza od tradycyjnej, ale korzystniejsza z dydaktycznego punktu widzenia. Reasumując: nauczyciel jest organizatorem procesu nauczania, wspiera uczniów w wyborze możliwych działań i dróg rozwiązań.

Trzeba zaznaczyć, że metoda projektu ma wiele cech odróżniających ją od innych metod nauczania. Przede wszystkim interdyscyplinarność, samodzielność, możliwość formułowania wniosków, rozszerzania tematyki badawczej i prognozowania przyszłości. Metoda projektu sprzyja podmiotowemu traktowaniu ucznia, czyli uwzględnia jego zainteresowania i zdolności, potrzeby i aspiracje. Stymuluje rozwój emocjonalny ucznia, umiejętność pracy w grupie, wdraża do odpowiedzialności za działania własne i grupy. Metoda projektu umożliwia postrzeganie matematyki jako pewnego rodzaju twórczości, w której ważną rolę odgrywa otaczający nas świat. Uczniowie mogą zrealizować niekonwencjonalne nawet pomysły, zaskakując swojego nauczyciela.

Proponowana w niniejszym opracowaniu metoda omawiania funkcji i ich podstawowych własności, opiera się na doświadczalnym podejściu do tego zagadnienia. Jest to metoda uczenia się oparta na bliższym, codziennym doświadczeniu uczniów, którzy realizują konkretne przedsięwzięcia, obszerniejsze, niż tradycyjne zadania domowe. Okazuje się bowiem, że stosując praktyczne rozwiązania korespondujące niejako ze światem ucznia,

mierząc się z rzeczywistym problemem, możemy uczynić funkcję pojęciem całkiem przyjemnym.

W tradycji szkoły, w której pracuję, na drugiej lekcji w danym roku szkolnym przeprowadzany jest test sprawdzający wiadomości z poziomu niższego (gimnazjum). Test przeprowadziłam wśród 65 uczniów. Ogromne problemy pojawiły się przede wszystkim w zadaniach wymagających znajomości pojęcia funkcji. Tylko jeden uczeń zdołał poradzić sobie bezbłędnie z dopasowaniem do funkcji postaci $f(x) = x - 1$, $x \in N$ odpowiedniego wykresu oraz określeniem własności (dziedzina, zbiór wartości, monotoniczność i miejsce zerowe) funkcji danej wzorem $f(x) = 2x + 1$. Wynik ten był dla mnie impulsem do głębszych przemyśleń i podjęcia walki z takim stanem rzeczy. Wybrałam pracę właśnie metodą projektu.

Moi uczniowie do wyboru mieli dwa alternatywne tematy:

- I. Przez dwa tygodnie zapisuj codziennie temperaturę powietrza o ustalonej porze, w ustalonym przez siebie miejscu.
- II. Każdego dnia rano (zaraz po przebudzeniu przez 14 dni) oceniaj swój nastrój w skali od 0 (-) do 10 (+). Znaczenie skali ustal samodzielnie.

Zadaniem uczniów było w szczególności:

1. Zaprezentować wyniki swoich obserwacji na odpowiednim wykresie, grafie, w tabeli oraz na zbiorze par uporządkowanych.
2. Określić (o ile to możliwe):
 - dziedzinę,
 - zbiór wartości,
 - miejsca zerowe,
 - monotoniczność,
 - wartości dodatnie i ujemne funkcji,
 - okresowość,
 - wartość największą i najmniejszą swojej funkcji,
 - parzystość i nieparzystość.

Realizacja projektu trwała 18 dni (w październiku. 2006r.). Poniższa tabela zawiera szczegółowy harmonogram prac:

Lp	Zadania do wykonania	Terminy
1.	Wprowadzenie uczniów w zagadnienie związane z projektem (podanie tematyki, sposobu zbierania informacji, zasad prezentacji i oceniania)	9 X 06r.
2.	Opracowanie planu pracy związanego z projektem w ściśle określonych terminach: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Zbieranie i odnotowywanie obserwacji ▪ Konsultacje z nauczycielem ▪ Opracowywanie danych i przygotowanie prezentacji w formie pisemnej lub komputerowej ▪ Prezentacja wyników pracy na forum klasowym, ocena i podsumowanie doświadczeń 	od 10 X do 23 X 13 i 20 X g. 14.15–15.00 od 23X do 26 X 27 X (2 g. lekcyjne)

Od początku uczniowie wiedzieli jak będą oceniani. Zostały im podane kryteria oceniania szczegółowego, na które złożyły się takie elementy jak:

- Poprawnie wykonany pojedynczy sposób opisu funkcji – max. 2 pkt

- Poprawnie określona własność – max. 3 pkt
 - Błędy w zapisie formalnym (z użyciem symboli matematycznych) – 1/3 pkt
- oraz składowe oceny końcowej, w podziale na następujące elementy:

- Poprawność i kompletność danych – 20 %
- Sposób prezentacji danych – 30%
- Ocena klasy – 20 %
- Ocena nauczyciela – 30 %

Realizacja tych dwóch projektów dotyczących pojęcia funkcji stworzyła uczniom okazję do podjęcia prób związanych z definiowaniem i klasyfikowaniem obiektów, argumentowaniem oraz ćwiczeniem umiejętności pisemnego opracowywania i prezentacji otrzymanych wyników.

Przy realizacji tych zadań uczniowie napotkali wiele trudności, mimo, że początkowo praca tą metodą wydawała im się łatwa. Przekonałam się o tym podczas konsultacji, na których pojawiały się pytania wskazujące na problemy z rozumieniem pojęcia funkcji. Wymienię kilka z tych problemów:

- *Czy punkty na wykresie powinny być połączone?*
- *Jak zapisać w sposób formalny przedziały monotoniczności?*
- *Czy mogą być dwie wartości największe lub najmniejsze?*
- *Jak punkt leży na osi OX a punkt wcześniejszy i kolejny nad nią, to czy ten pierwszy jest miejscem zerowym?*
- *Czy nieparzystość funkcji będzie wynikać z jej określenia?*
- *Jak zapisać zbiór par uporządkowanych?*
- *Co powinno być zaznaczone na osi OX: czas czy wynik pomiaru?*

Mniej problemów sprawiła uczniom sama prezentacja zauważonych własności. Prezentacje zostały wykonane przez uczniów w różnorodnych formach. Opracowania różniły się wielkością i techniką wykonania – od poglądowych plakatów, przez prace pisemne do prezentacji multimedialnych.

Stosując praktyczne rozwiązania korespondujące niejako ze światem ucznia, mierząc się z rzeczywistym problemem, udało się uczynić funkcję pojęciem całkiem przyjemnym. W przypadku moich uczniów świadczy o tym m.in. fakt, że sprawdzian z funkcji 52 % uczniów napisało na oceny dobre (4,0) i wyższe. Ponadto dzięki tej metodzie pracy udało się:

- Zaproponować nie tylko formalne spojrzenie na matematykę;
- Zmniejszyć strach i lęk przed zajęciami z matematyki;
- Matematyka jako narzędzie do opisywania zjawisk nas otaczających;
- Kształtowanie cech typu: odpowiedzialność, sumienność, punktualność, samodzielność i samodyscyplina;
- Okazja do wypowiedzania argumentów przemawiających za przyjęciem opinii bądź jej odrzuceniem;
- Umiejętność reagowania na argumenty innych (zwłaszcza podczas prezentacji);
- Umiejętność pisemnego opracowywania i prezentacji materiałów;
- Wieloaspektowe rozumienie pojęć matematycznych na podstawie własnych doświadczeń;
- Podjęcie prób związanych z definiowaniem i klasyfikowaniem obiektów;
- Sprzyjanie konstruktywistycznemu podejściu w nauczaniu i uczeniu się matematyki, w tym umiejętności wnioskowania, interpretacji i ustalania związków przyczynowo – skutkowych;
- Zauważyć ponadprzeciętne, inne zdolności uczniowskie.

Podsumowując, chciałabym zebrać najczęstsze problemy i dylematy moich uczniów, wynikłe w czasie realizacji projektu:

- Określenie zbioru argumentów i zbioru wartości (w kilku przypadkach – dzień tygodnia stawał się zmienną zależną);
- Problem ze zrozumieniem idei przyporządkowania (2 osoby);
- Nieprawidłowe intuicje związane z rozumieniem miejsca zerowego – jeśli nie ma linii, która przecina oś OX, to nie ma miejsca zerowego;
- Problem z kodowaniem podzbioru zbioru argumentów (przenoszenie zapisu przedziałowego na argumenty ze zbioru skończonego) -40 % uczniów;
- Łączenie punktów na wykresie („*bo tak było w TVN*”- argument obronny ucznia, który niepoprawnie wykonał wykres).

Projekty zakończyliśmy ewaluacją, w postaci krótkiej ankiety zawierającej następujące pytania:

- Co nam się udało osiągnąć?,
- Czego nowego się nauczyli?,
- Jaką to ma wartość dla nich?,
- Co można było zrobić lepiej?,
- Czy warto pracować tą metodą w przyszłości?

Uczniowie jednoznacznie stwierdzili, że praca tą metodą sprawiła im dużo przyjemności i chętnie przystąpią do innych zadań o tym charakterze. Uczniowie pracę metodą projektu podjęli dobrowolnie. Zadanie to nie miało charakteru obligatoryjnego, w myśl postulatu Kilpatricka, że *uczniów nie powinno się zmuszać do podejmowania niechcianych przez nich działań, bo jako niechciane – nie przyniosą trwałego i zadowalającego efektu.*

Przeprowadzone badania pomogły zauważyć, że skutecznym bodźcem motywującym uczniów do działania są wszelkiego rodzaju aktywności. Takie podejście przyczynia się z kolei do całościowego poznania i rozwijania komunikacyjnych umiejętności ucznia, co jest zgodne z metodą projektu. Przypomnijmy, że metodę tę zaczęto stosować już początkiem XX wieku, a wszystko po to, aby uczniowie nauczyli się samodzielnie zdobywać wiadomości i sprawdzać swoje umiejętności w konkretnych sytuacjach życiowych, zamiast przyswajając wiedzę czysto teoretyczną.

Literatura:

- [1] M. Borowiecka, *Metoda projektu na matematyce*. Matematyka, **1**, 39, 2000.
- [2] E. Brudnik, A. Moszyńska, B. Owczarska. *Ja i mój uczeń pracujemy aktywnie - przewodnik po metodach*. Zakład Wydawniczy SFS, Kielce, 2000.
- [3] Ph. Davis, R. Hersh, *Świat matematyki*, PWN, Warszawa, 1994.
- [4] J. Gunčaga, *Limitné procesy v školskej matematike*. Dizertačná práca. FPV UKF. Nitra. 2004.
- [5] M. Jarema, *Zastosowanie metody projektów w nauczaniu*. Kwartalnik Edukacyjny, **2**, 58-65, 2004.
- [6] M. Kubinova, *Aktywizująca rola projektu w nauczaniu matematyki*. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Rzeszowskiego, **1**, 111-119, 2001.
- [7] K. Wyszyńska. *Czym jest metoda projektów*. Życie Szkoły, **9**, 12-14, 2001.

Adres autora:

Jadwiga Orłowska
 Uniwersytet Rzeszowski
 Instytut Matematyki, Zakład Dydaktyki Matematyki
 al. T. Rejtana 16 a, 35 – 310 Rzeszów
 e-mail: jorlow@univ.rzeszow.pl