

Interpretacja treści zadania tekstowego a jego rozwiązanie w pracach uczniów i studentów

BARBARA NAWOLSKA, JOANNA ŻADŁO

ABSTRACT. This article is an attempt to analyse how the understanding of a problem influences the solution.

Wstęp

Rozwiązywanie zadań tekstowych pełni niezmiernie ważną rolę w edukacji matematycznej. Jak wynika z obserwacji i prowadzonych badań, spora grupa uczniów ma trudności z ich rozwiązywaniem. Przyczyn jest wiele. Najczęściej zwraca się uwagę na brak umiejętności matematyzowania sytuacji przedstawionych w zadaniu, brak odpowiednich umiejętności rachunkowych, bądź też brak umiejętności wytwarzania pomysłów rozwiązania zadań nowych dla ucznia. Warto też zwrócić uwagę na jeszcze inne przyczyny trudności, takie jak chociażby brak umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem, wtedy gdy zadanie prezentowane jest w formie pisemnej, bądź niewłaściwa interpretacja jego treści, bądź też złe odczytanie celu zadania.

Jeżeli chodzi o cel zadania to jak zauważa M. Czajkowska (2007) można nań patrzeć z punktu widzenia trzech osób: autora zadania (jego twórcy), nauczyciela i ucznia. Uczeń powinien trafnie odczytać i zrozumieć treść zadania oraz zinterpretować informacje w nim zawarte. Często jednak uważa on, że w rozwiązaniu zadania chodzi o jak najszybsze wykonanie rachunków i podanie wyniku liczbowego, gdy tymczasem nie zawsze tak jest. Ważne jest trafne odczytanie celu zadania, bo w przeciwnym razie może stracić ono walory kształcące, a ponadto zmiana interpretacji tekstu (często nieświadoma) lub przyjęcie dodatkowych założeń sprawia, że uczeń rozwiązuje zupełnie inne zadanie niż chciał autor.

Badania i ich wyniki

Prowadzone przez nas obserwacje związane z rozwiązywaniem zadań tekstowych przez uczniów i studentów wskazują, iż właśnie te ostatnio wymienione czynniki w sposób istotny warunkują poprawne lub niepoprawne rozwiązania zadania. Chcąc bliżej przyjrzeć się tej problematyce zaproponowałyśmy 9-letnim uczniom oraz studentom pedagogiki wczesnoszkolnej rozwiązanie dwóch zadań tekstowych. W analizie zebranych prac koncentrowaliśmy się na niepoprawnych rozwiązaniach, które mogą być właśnie wynikiem błędnej interpretacji treści zadania, niezrozumienia jego celu, a może nawet wynikiem całkowitego niezrozumienia treści.

Zadanie 1.

Ewa miała 200 złotych. Kupiła dwie gry komputerowe po 80 zł i płytę CD z nagraniem ulubionego zespołu za 60 zł. Ile dostała reszty?

Zadanie to jest nietypowe. Występuje w nim sprzeczność danych. Koszt zakupów przewyższa posiadany kapitał. Dodatkowym utrudnieniem jest pytanie o resztę, której w tej sytuacji być nie może. Sposób redakcji zadania sugeruje, że

jest ono typowe. Dopiero wykonując obliczenia $200 - (2 \cdot 80 + 60) = 200 - 220 = -20$ napotykamy na trudność jaką jest ujemny wynik. Ponadto w treści zadania jedna z liczb (dwie gry) podana jest słownie, co może zostać przez niektórych pominięte. W tekście zadania występują zwroty „po 80 zł” oraz „za 60 zł”. Pobieżna lektura tekstu sugerować może, że mają one identyczne znaczenie. Tymczasem zwrotu „po x zł” używamy na oznaczenie ceny jednostkowej towaru, a zwrotu „za x zł” używamy w kontekście kosztu towaru (nieważne ile i jakiego). W sytuacji tego zadania koszt 60 zł jest równoznaczny z ceną jednostkową płyty, bo tylko jedną zakupiono.

Zadanie to rozwiązywało 115 uczniów i 52 studentów pedagogiki wczesnoszkolnej. Spośród badanych, zadania poprawnie nie rozwiązało 46 uczniów i 7 studentów.

Jedyny błąd popełniany przez studentów to ustalanie kosztu zakupów za pomocą formuły: $80 + 60 = 140$, a następnie wyznaczanie reszty za pomocą odejmowania $200 - 140 = 60$ lub prezentacja obliczeń w jednym zapisie: $200 - (80 + 60) = 60$. Wszyscy oni uwzględnili w zakupach koszt jednej gry i jednej płyty, gdy tymczasem w treści jest wyraźna informacja o dwóch grach. W sześciu pracach studenci wyraźnie zasygnalizowali, że daną „dwie gry” odczytali, co potwierdzili w zapisie danych (w jednej pracy takiej informacji brak). Sądzymy więc, że trudności studentów wiążą się z interpretacją dalszej części tekstu. Chodzi o rozumienie zwrotu „po 80 zł”. Wydaje nam się, że:

- albo rozumieją go jako koszt obu gier (o takim rozumieniu świadczą ich rozwiązania),
- albo poprawnie rozumieją ten zwrot, lecz bojąc się „ujemnej reszty” nadają mu inne znaczenie.

O tym ostatnim podejściu świadczą dwie prace, w których studenci poprawnie rozwiązują zadanie, ale uzyskawszy „ujemną resztę” przekreślają swoje rozwiązania i prezentują nowe, błędne, ale z „dodatnią resztą”.

Wśród 46 uczniów, którzy nie rozwiązali zadania poprawnie, 22 popełniło taki sam błąd jak wcześniej opisywany w grupie studentów. Nie uwzględnili w obliczeniach zakupu dwóch gier ($2 \cdot 80$ zł). Najczęściej liczyli $200 \text{ zł} - 80 \text{ zł} - 60 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$ i odpowiadali, że Ewa otrzyma 60 zł reszty. Żaden z uczniów nie zasygnalizował (np. wypisując dane z zadania), że odczytał informację „dwie gry”. Można więc sądzić, że:

- albo nie została ona wcale odczytana (bo była zapisana słownie, a nie cyfrowo),
- albo, podobnie jak studenci, uczniowie ci zwrot „po 80 zł” zrozumieli jako koszt obu gier,
- albo też jest to ucieczka przed „ujemną resztą”, o czym świadczy praca jednego ucznia, który zapisał $200 \text{ zł} - 80 \text{ zł} - 80 \text{ zł} - 60 \text{ zł} =$, przekreślił wszystko i zmienił rozwiązanie na $200 \text{ zł} - 80 \text{ zł} - 60 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$.

Wśród uczniów, którzy zadania nie rozwiązali było 10 wykonujących poprawne obliczenia. Przerwali jednak pracę w momencie uzyskania odjemnika większego od odjemnej i nie skomentowali uzyskanego rezultatu, ani nie udzielili żadnej odpowiedzi. Prawdopodobnie taka sytuacja była dla nich zbyt trudna lub zaskakująca, bo nigdy w szkole z takim rachunkiem się nie spotkali. Być może sądzili, że na gruncie szkoły takie zadanie jest niemożliwe do wykonania, lub też sądzili, że czegoś nie zrozumieli, czy też źle porachowali. Gdyby zadanie było typowe, dzieci te na pewno poradziłyby sobie z jego rozwiązaniem. W ich zachowaniu można też mówić o ucieczce przed „ujemną resztą”.

Ta wspomniana ucieczka może być zrozumiała w przypadku uczniów dziewięcioletnich, którzy z tego typu obliczeniami jeszcze się nie spotkali, podczas gdy w przypadku studentów może budzić zdziwienie. Wszak liczby ujemne to zagadnienie znane nie tylko absolwentom szkoły średniej ale i podstawowej. A zatem problem nie powinien dotyczyć braku znajomości tego zakresu liczbowego, lecz wiąże się prawdopodobnie z interpretacją tekstu zadania i odniesieniem go do programu klas młodszych, w których liczb ujemnych nie ma, niemożliwe jest więc (w odczuciu tych studentów) takie zadanie na tym poziomie.

Zadanie 2.

Na przyjęciu urodzinowym Ani będzie ona i jej koleżanki. Ania planuje kupić dla każdej osoby po 2 balony. Wie, że są one po 15 groszy za sztukę. Ile będą kosztowały balony?

Nietypowość zadania 2. wiąże się z deficytem danych. Nie jest podana liczba zaproszonych koleżanek. Z użycia liczby mnogiej można wywnioskować, iż będą co najmniej dwie, a zatem razem z Anią będą co najmniej trzy osoby. Minimalny koszt balonów wyniesie: 3 osoby po 2 balony razy 15 groszy za sztukę tj. 90 groszy. Każda dodatkowa osoba zaproszona na przyjęcie zwiększa koszt balonów o 30 groszy. Wyniesie więc on odpowiednio 90 gr, 120 gr, 150gr itd.

Zadanie to rozwiązywało 113 uczniów i 53 studentów pedagogiki wczesnoszkolnej. Spośród badanych, zadania poprawnie nie rozwiązało 49 uczniów i 3 studentów.

Jeden z tych studentów napisał: *To jest zadanie nietypowe z nadmiarem danych. Nic nie musimy obliczać, bo wiemy, że balony są po 15 groszy za sztukę.* Wypowiedź ta świadczy o złej interpretacji pytania „Ile będą kosztowały balony?” Pytanie dotyczy kosztu wszystkich balonów a nie ceny jednego, jak to zrozumiał student. Dwaj pozostali studenci, którzy błędnie rozwiązali zadanie, „uzupełnili” treść zadania przyjmując dodatkowe założenie, że w przyjęciu wezmą udział dwie osoby (Ania i jedna koleżanka). Jedna z tych osób nawet nadała koleżance imię Kasia. Zupełnie niezrozumiałe jest dla nas dlaczego studenci uzupełnili dane i to akurat o jedną koleżankę, a nie więcej, wszak w treści zadania jest użyta liczba mnoga „jej koleżanki”. Przyjmując takie założenie studenci sformułowali w istocie nowe zadanie, inne niż dane i rozwiązyali je.

W podobny sposób, uzupełniając dane o liczbie koleżanek, postąpiło 10 uczniów. Można sądzić, iż nie umieli pogodzić się z brakiem danych, stąd to uzupełnienie. Pisali np.:

$5 \cdot (2 \cdot 15) = 5 \cdot 30 = 150$ *Ania zapłaciła 150 gr dla siebie i czterech koleżanek.*

Ania i 4 koleżanki: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$, $10 \cdot 15 = 150$ Balony będą kosztowały 150 gr.

W ten sposób nietypowe zadanie zastępowano typowym z jednym rozwiązaniem, co pozwalało na uniknięcie głównej trudności zadania wyjściowego.

Wielu uczniów (23) wykonało mnożenie $2 \cdot 15 = 30$ obliczając w ten sposób jedynie koszt balonów dla jednej osoby. Nie dostrzegali oni nietypowości tego zadania i w rachunkach wykorzystali wszystkie dane. Niektórzy z nich (14 osób) udzielili przy tym odpowiedzi np.:

Balony będą kosztowały 30 gr. lub Ania zapłaci za balony 30 gr.

Tego typu rozwiązania oraz odpowiedzi mogą świadczyć z jednej strony o złej interpretacji pytania postawionego w zadaniu (zamiast koszt wszystkich balonów – koszt tylko dwóch, albo zamiast koszt balonów dla wszystkich osób – koszt dla jednej osoby) z drugiej zaś może być to jedynie „wybieg” przed dostrzeganą trudnością związaną z brakiem danych.

Aż 18 badanych uczniów nie dostrzegając nietypowości zadania i poszukując gotowego schematu rozwiązania wykonało bardzo dziwne, niezrozumiałe rachunki np.: $15 : 2 = 8$ *Balony kosztowały 8 groszy* (błąd rachunkowy).

$15 + 2 = 17$ *Jest 17 balonów.*

$15 - 2 = 13$.

$2 + 15 = 17$ *Balonów było 17.*

$2 \cdot 15 = 29$ *Dziewczynek było na przyjęciu 29* [błąd rachunkowy, albo iloczyn 30 (osób) został pomniejszony o Anię, czyli gości było 29].

Takie jak zaprezentowane powyżej „rozwiązania” świadczą:

- albo o całkowitym braku rozumienia treści zadania (nieumiejętność czytania ze zrozumieniem),
- albo o tym, że z tą treścią uczeń wcale się nie zapoznał.

Ta ostatnia sytuacja może mieć miejsce wtedy, gdy uczeń „rozumie”, że rozwiązać zadanie to zapisać jakiejkolwiek działanie arytmetyczne na danych liczbowych, wykonać stosowne rachunki i uzyskany wynik zapisać w odpowiedzi.

Wnioski

Zadania zaproponowane przez nas uczniom i studentom nie były trudne ani ze względu na treść, sposób jej zredagowania, ani ze względu na zakres materiału zarówno, jeśli chodzi o model matematyczny jak i trudności rachunkowe. Okazało się jednak, że zarówno wśród studentów jak i uczniów byli tacy, którzy z zadaniami sobie nie poradzili. Sądzymy, że powodem może być, jak próbowaliśmy to pokazać, brak rozumienia treści zadania lub jej niewłaściwa interpretacja, bądź też złe odczytanie celu zadania. Przyczyną takiego stanu może być zbyt pobieżna lektura tekstu zadania, bez zwrócenia uwagi na różne terminy i zwroty w nim występujące w kontekście całości. Bywa, że te same słowa w połączeniu z innymi mają różne znaczenia, a różne słowa czasami to samo znaczą. Znaczenie słowom możemy nadawać w zależności od odczytanego celu zadania. Jeśli sądzymy, że celem zadania 1. nie jest dostrzeżenie sprzeczności danych lecz ustalenie reszty z zakupów, to tej reszty za wszelką cenę szukamy i tak interpretujemy tekst by ten cel osiągnąć (tak postępowali zarówno studenci jak i jeden z uczniów). Z kolei, jeżeli uznamy, że celem zadania 2. nie jest dostrzeżenie braku danych, lecz ustalenie kosztu balonów, to ten koszt wyznaczamy uzupełniając brakujące dane.

Ponadto w wielu pracach uczniowskich daje się zauważyć zły nawyk „wyławiania” z tekstu zadania liczb podanych zazwyczaj cyfrowo bez próby zrozumienia sensu zadania, a może nawet bez próby zapoznania się z jego treścią i „zonglowanie” liczbami, bez głębszej analizy sensu wykonywanych rachunków. Wydaje się, iż przyczyną takiego stanu rzeczy można upatrywać w zbyt dużej liczbie zadań standardowych zamieszczanych w podręcznikach, dla uczniów klas młodszych, wraz z gotowymi schematami ich rozwiązywania. Uczeń ma tylko wypełnić ten gotowy szablon, a jego własne pomysły są w tej sytuacji tylko przeszkodą. Takie schematyczne zachowania są często wzmacniane. postępowaniem nauczyciela wypełniającego pewien rytuał w procesie rozwiązywania zadań tekstowych. Uczniowie zazwyczaj z góry wiedzą jakie będą kolejne pytania nauczyciela. Takie procedury stają się nudne dla uczniów i nie mają nic wspólnego z rozwiązywaniem problemów.

Literatura

- [1] Czajkowska M., *The goal of a mathematical problem for the author and the recipient*, Matematika v škole dnes a zajtra, Zborník 7. ročníka konferencie s medzinárodnou účasťou, Ružomberok, 2007, s. 31–35, ISBN 978-80-8084-187-4.
- [2] Nawolska B., Żądło J. *Różne sposoby rozwiązania nietypickej słownej úlohy devät'- až desiat'ročnými žiakmi*, Matematika v škole dnes a zajtra, Zborník 7. ročníka konferencie s medzinárodnou účasťou, Ružomberok, 2007, s. 210 – 215, ISBN 978-80-8084-187-4.
- [3] Nawolska B., Żądło J., *Kompetencje matematyczne uczniów kształcenia zintegrowanego*, referat wygłoszony na konferencji naukowej, Katowice 2006.

Adresa autora:

Barbara Nawolska, dr
Akademia Pedagogiczna
Instytut PPiS
ul. Ingardena 4
30-060 Kraków
e-mail: bnawol@vp.pl

Joanna Żądło, dr
Akademia Pedagogiczna
Instytut PPiS
ul. Ingardena 4
30-060 Kraków
e-mail: joannazadlo@poczta.onet.pl