Václav Šimerka a počátky matematické analýzy v české školské matematice

ALENA KOPÁČKOVÁ

ABSTRACT: *The attention is devoted to the beginning of calculus in Czech school mathematics. The interesting personality of Václav Šimerka is commemorated in the connection with teaching calculus. The first Czech textbook on calculus, Šimerka's Appendix to Algebra from 1863 is mentioned here; the paper deals especially with the author's approach to the concepts of differential and derivative.*
Kopáčková A.: Václav Šimerka and beginning of calculus in Czech school mathematics

Key words: calculus, derivative, differential, school mathematics, textbook

MESC: A 30

Úvod

Za období vzniku diferenciálního a integrálního počtu je obecně považován přelom 17. a 18. století, přičemž největší zásluhy jsou zde přičítány Newtonovi (1643-1727) a Leibnizovi (1646-1716). Newton s Leibnizem však nebyli první, kdo studovali změny proměnných veličin, zabývali se geometrickými křivkami a řešili úlohy spadající svým charakterem do matematické analýzy. Již od dob antiky se mnozí učenci pokoušeli na konkrétních příkladech o popis různých mechanických pohybů, vyšetřovali křivky a snažili se zformulovat kinematické zákony jejich vzniku, počítali obsahy obrazců a objemy těles. Používali při tom důmyslné infinitesimální techniky, ale na rozdíl od obou zakladatelů matematické analýzy je aplikovali vždy jen na konkrétní příklady funkcí, křivek, obrazců a těles. Newton s Leibnizem byli první, kdo (nezávisle na sobě a s použitím odlišných přístupů) překonali bariéru mezi konkrétním a obecným a zformulovali diferenciální a integrální procedury použitelné pro jakoukoliv funkci zadanou analyticky. (Přístupem Newtona a Leibnize k pojmu derivace jsme se zabývali ve [4].) Později pak D´Alambert (1717-1783) přidal definici derivace pomocí $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, přičemž dnes obvyklou $\varepsilon - \delta$ definici limity zavedl až Weierstrass (1815-1897).

Bude nás nyní zajímat, jak se tento vývoj matematiky odrazil ve školské matematice (jíž rozumíme matematiku odpovídající dnešní základní a střední škole) a povšimneme si v této souvislosti pozoruhodné osobnosti Václava Šimerky.

Matematická analýza ve školské matematice

Školská matematika měla za matematikou-vědou zpoždění; trvalo dvě století, než do ní začala matematická analýza jako nově vzniklá matematická disciplína pronikat. Diferenciální a integrální počet se nejprve stal součástí univerzitních kurzů matematiky; věhlasná byla v té době např. učebnice „Elementa calculi differentialis et integralis“ profesora Stanislava Vydry (1741-1804), která vyšla r. 1783 v Praze i Vídni.

Proces pronikání matematické analýzy do středoškolské matematiky v evropských zemích nabyl na intenzitě až po setkání německých přírodovědců v Meranu v r. 1905, kde Felix Klein (1849-1925) prohlásil za osu vyučování v matematice tzv. funkční myšlení a požadoval zařazení základů diferenciálního a integrálního počtu do středoškolské matematiky.

Tyto tendence se odrazily velmi brzy i v Rakousko-Uhersku. Školní rada Karel Zahradníček ve své přednášce „K otázce infinitesimálního počtu na rakouské střední škole“ v r. 1906 zdůraznil význam zavedení základů matematické analýzy do školské matematiky slovy: „*Je velmi žádoucí, aby ve středoškolské matematice byl obsažen pojem funkce a prvky diferenciálního a integrálního počtu; je to nutné při moderním pojetí didaktiky matematiky, má-li odpovídat současnému vědeckému pojetí, a je to nutné i pro použití matematiky ve fyzice, která svým charakterem spadá do oblasti infinitesimální analýzy, jejíž metody zde mohou být jednoduše užity*.“ ([8], str. 9).

Pojem funkce a základy diferenciálního počtu se postupně stávaly součástí učiva matematiky na rakouské střední škole až po Merchatově reformě osnov z roku 1909. Při prosazování modernizace učiva matematiky v duchu meranského programu sehrála významnou roli Jednota českých matematiků a fysiků (JČM), která sledovala reformní evropské hnutí ve vyučování matematice a vydávala učebnice; připomeňme zde zejména učebnice Bydžovského a Vojtěcha z r. 1912. Naším cílem je nyní upozornit na jeden z dřívějších pokusů o zařazení základů matematické analýzy do vyučování v českých zemích.

Osobnost Václava Šimerky

Václav Šimerka se narodil r. 1819 ve Vysokém Veselí. Po studiu na gymnáziu studoval filozofii v Praze a teologii v Hradci Králové. V r. 1845 byl vysvěcen za kněze a stal se kaplanem ve Žlunicích u Jičína. Složil zkoušku učitelské způsobilosti z matematiky a od r. 1852 studoval v Praze fyziku. Devět let pak vyučoval matematiku a fyziku na gymnáziu v Českých Budějovicích. Další učitelské působení mu nebylo umožněno, neboť upadl u školských úřadů v nemilost. „*Přes to, že učitelské působení jeho co do výsledku u žáků mělo úspěch vpravdě neobyčejný, neměl prý daru zalíbiti se rozhodujícím činitelům.*“ (Podle [7], str. 97, původní zdroj Ottův slovník naučný.) Od r. 1862 působil jako farář, nejdříve ve Slatině u Vamberka a od r. 1866 do r. 1886 v Jenšovicích u Vysokého Mýta. Zemřel r. 1887 v Praskačce u Hradce Králové, kde mu JČM postavila z prostředků zvláštní finanční sbírky jako jednomu ze svých prvních čestných členů v roce 1889 pomník (viz obr.).

Šimerka se vedle své služby církvi věnoval matematice a publikoval mnoho prací (zejména v Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky vydávaném JČM). V r. 1858 vydal ve Vídeňské akademii věd práci “Die Perioden der quadratischen Zahlformen bei negativen Determinanten”, v r. 1862 v Královské české společnosti nauk práci “Příspěvky k neurčité analytice”. Posledně jmenovaná práce je považována za první vědeckou práci psanou v českém jazyce. V r. 1863 vydal gymnaziální učebnici “Algebra čili počtářství obecné“, jejíž dodatek o diferenciálním a integrálním počtu je prvním česky psaným učebním textem matematické analýzy. Vzhledem k tomu, že v té době nebyly základy matematické analýzy součástí osnov středoškolské matematiky, je pravděpodobné, že tento text byl pouze doplňkovým či volitelným učebním materiálem. Text „Přídavek k algebře pro vyšší gymnasia“ vyšel samostatně v roce 1864.

Dokladem Šimerkovy všestrannosti je práce “Síla přesvědčení – Pokus v duchovní mechanice” vydaná r. 1881 česky a r. 1883 německy. Šlo o první pokus o aplikaci matematiky v psychologii a Šimerkova „Síla přesvědčení“ může být považována za předchůdce teorie subjektivní pravděpodobnosti, která se rozvíjela ve 20. a 30. letech 20. století díly Ramseye a Finettiho a zejména v 50. letech prací Savageho.

Obrázek – Šimerkův pomník v Praskačce u Hradce Králové (foto autorka, 10.6.2006)

„Počátky počtu differenciálného a integrálného“

Výše uvedený název je podtitulem samostatného Šimerkova „Přídavku k algebře“ vydaného r. 1864 v Praze. Text má 56 stran a jeho součástí je 8 obrázků („obrazců“, jak uvádí Šimerka) na konci knihy. „Počátky počtu differenciálného a integrálného“ jsou co do rozsahu a úrovně srovnávány s Vydrovými učebnicemi z r. 1783 (viz [2], str. 244). Učebnice je členěna do 6 kapitol:

I. Differencialy daných úkonů
II. Proměňování úkonů v řady
III. Úkony trigonometrické
IV. Taylorova poučka a její následky
V. Základy počtu integrálného
VI. Upotřebení počtu nekonečného v geometrii

Z textu je patrné, že funkci Šimerka pojímal jako obecnou analytickou formuli (s výjimkou konstanty). Takové pojetí je v duchu Eulera (1707-1783). Všimneme si, jak Šimerka nahlížel na základní pojmy diferenciálního počtu, jimiž jsou pojmy derivace a diferenciál.

Diferenciál funkce

Základním pojmem diferenciálního počtu u Šimerky je pojem diferenciál, který je zaváděn intuitivně: *„Nesmírně čili nekonečně malá část, o niž spojitou proměnnou veličinu (x, y, z, atd.) růsti necháváme, jmenuje se differencial (lišné, rozčinek) veličiny této, a znamená písmenou δ před veličinu onu postavenou (δx, δy, δz, atd.)“* ([9], str. 1)

Při zavedení diferenciálu se nevyužívá pojmů derivace ani limita. Šimerka předpokládá, že při změně nezávisle proměnné x o δx se změní závisle proměnná y o δy ([9], str. 2):

$$y+\delta y=f(x+\delta x). \tag{1}$$

Dalo by se očekávat, že nerozlišování skutečného přírůstku funkce $\Delta y=f(x+\delta x)-f(x)$ a přibližného přírůstku daného diferenciálem δy povede k chybným závěrům. Šimerka však to, že ztotožňuje Δy a δy a neuvažuje tak chybu aproximace přírůstku diferenciálem, vyvažuje sofistikovanou a obezřetnou prací s infinitesimálními veličinami tak, jak to bylo běžné např. u Newtona i Leibnize. Výchozí úvaha je zobecněna i na funkci více proměnných.

Na intuitivní bázi (zanedbávání nekonečně malých veličin) je založeno i počítání s diferenciály. Ukážeme, jak je odvozen diferenciál součinu funkcí ([9], str. 3):

$$\delta(tu)=(t+\delta t)(u+\delta u)-tu=t\delta u+u\delta t+\delta t\,\delta u\,. \tag{2}$$

Jelikož je součin dvou diferenciálů $\delta t\,\delta u$ nekonečně malý ve srovnání s každým z činitelů, je možné ho zanedbat. Získá se tak:

$$\delta(tu)=u\,\delta t+t\,\delta u\,. \tag{3}$$

Srovnejme tento závěr se známým pravidlem pro derivaci součinu funkcí *t*, *u*: $(tu)'=u\,t'+t\,u'$ (popř. při obvyklém označení $(u\,v)'=u'\,v+u\,v'$). Diferenciály většího počtu činitelů jsou počítány podobně.

S využitím diferenciálu součinu a substituce $\frac{x}{y}=z, x=y\,z$ je odvozen i diferenciál podílu ([9], str. 3-4): Použijeme-li (3), dostáváme: $\delta x=z\,\delta y+y\,\delta z$, tj. $y\,\delta z=\delta x-z\,\delta y$. Z toho lehce zpětným dosazením substituce $\frac{x}{y}=z$ máme: $y\,\delta\frac{x}{y}=\delta x-\frac{x}{y}\,\delta y$. To po závěrečné úpravě dá známou formuli:

$$\delta\frac{x}{y}=\frac{y\,\delta x-x\,\delta y}{y^2}. \tag{4}$$

Stejný výsledek se získá, využije-li se diferenciálu funkce dvou proměnných *x, y* a vztahu $\delta\frac{x}{y}=\frac{x+\delta x}{y+\delta y}-\frac{x}{y}$.

Diferenciály vyšších řádů jsou odvozovány na konkrétním příkladu polynomické funkce $y=A+Bx+Cx^2+Dx^3$, přičemž „*v případu takovém zastupuje jedna proměnná na př. y funkci kterous druhé čili x, při čemž si myslíme, že x o částky nekonečně malé a však stejné roste, tedy δx stálé a protož $\delta^2 x=\delta(\delta x)=0$ jest.*“ ([9], str. 7) Všimněme si, že Šimerka neužil slova konstanta.

Zde je poprvé upozornění na podíly $\frac{\delta y}{\delta x}$, $\frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$, $\frac{\delta^3 y}{\delta x^3}$, …, $\frac{\delta^k y}{\delta x^k}$, které Šimerka nazývá prvním, druhým, třetím, …, *k*-tým „*odvozeným úkonem*“ (čili derivací). „*Kde tedy o funkcích odvozených řeč jest, vyrozumívají se vždy differencováním povstalé.*“ ([9], str. 7)

Závěr

Šimerkova učebnice diferenciálního a integrálního počtu je odlišná od učebnic používaných při výuce základů diferenciálního počtu na střední škole dnes. Některá v současných učebnicích běžně zařazovaná témata v ní chybějí úplně (např. vyšetřování průběhu funkce). Učebnice neobsahuje téměř žádné obrázky, chybí zde jakékoliv grafy funkcí. Hlavním rozdílem ve srovnání s dnešními učebnicemi však je, že derivace u Šimerky není základním pojmem diferenciálního počtu, je „úkonem odvozeným" pomocí diferenciálu, který je založen na intuitivních infinitesimálních kalkulacích bez použití pojmu limita. Šimerkova učebnice však podporuje naše přesvědčení, že i poměrně hluboké pojmy matematické analýzy lze ve školské matematice prezentovat v souladu s historickým vývojem intuitivnějším a přístupnějším způsobem. (Pokusem o rehabilitaci diferenciálního počtu v duchu jeho zakladatelů je v české matematické literatuře např. nedávno vydaná Vopěnkova práce *Calculus infinitesimalis* – viz [11].)

Literatura

[1] Edwards, C. H. Jr.: *The Historical Development of the Calculus.* Springer / Verlag, New York, Heidelberg, Berlin 1979.
[2] Folta, J. a kol.: *Dějiny exaktních věd v českých zemích do konce 19. století*. Nakl. ČSAV, Praha 1961.
[3] Kopáčková, A.: *Fylogeneze pojmu funkce.* In: Matematika v proměnách věků II. Dějiny matematiky, sv. 16, str. 46-80. Prometheus, Praha 2001.
[4] Kopáčková, A.: *Obyčejná derivace?* In: Sborník příspěvků z konference Prezentace matematiky ICPM 2005, str. 129-136. TU Liberec 2006.
[5] Kopáčková, A.: *Počátky diferenciálního integrálního počtu ve školské matematice.* In: Sborník příspěvků z 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, str. 169-174. Vydavatelský servis, Plzeň 2006.
[6] Kopáčková, A.: *Beginning of calculus in school mathematics.* In: Sborník příspěvků z konference Prezentace matematiky ICPM 2006, str. 133-140. TU Liberec 2006.
[7] Pátý, L.: *Jubilejní almanach JČSMF*. Prometheus, Praha 1987.
[8] Potůček, J.: Vývoj vyučování matematice na českých středních školách v období 1900-1945, 2. díl. Ped. fak. ZČU, Plzeň 1993.
[9] Šimerka, V.: *Přídavek k Algebře pro vyšší gymnasia.* Dr. E. Grégr, Praha 1864.
[10] Šimerka, V.: *Síla přesvědčení. Pokus v duchovní mechanice*. Dr. E. Grégr, Praha 1881.
[11] Vopěnka, P.: *Calculus infinitesimalis (pars prima).* Práh, Praha 1996.

Internetové odkazy:

http://www.phil.muni.cz/fil/scf/komplet/
http://www.math.muni.cz/math/biografie/vaclav_simerka.html
http://www.mff.cuni.cz/win.en/fakulta/lib/vystava/12.htm

Adresa autora:
RNDr. Alena Kopáčková, Ph.D.
Fakulta pedagogická
Technická univerzita v Liberci
Hálkova 6
461 17 Liberec
e-mail: alena.kopackova@tul.cz