Príklad s prvkom kognitívnej neistoty, ktorý žiakom naznačí jeden zo spôsobov zovšeobecňovania matematických poznatkov

One example with some aspect of cognitivity uncertainity, which is signifing to students one case of mathematic knowledges generalization.

KLEMENT HRKOTA ST, KLEMENT HRKOTA ML

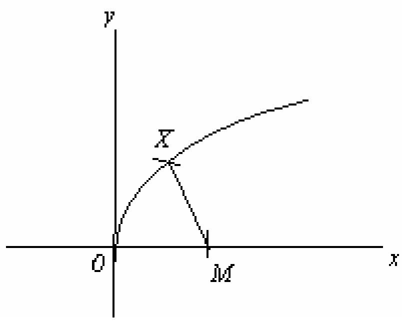
ABSTRACT: *This paper deals with some simple application of differential calculus. Is here showen some simple motivation example, which can give us necesserity to study the theory of partial derivatives.*

Key words: differentiation, tangent line,

MESC: M 10

Postup od jednoduchšieho k zložitejšiemu – induktívny prístup, je pevnou súčasťou vyučovania matematiky. Jedným z cieľov, ktorý si môžeme stanoviť pri vyučovaní matematiky na gymnáziu môže byť aj ukázať žiakom, že tento postup naznačuje smer, ktorým sa môže uberať zovšeobecňovanie poznatkov. V tomto článku uvedieme jeden takýto konkrétny príklad. Žiaci štvrtého ročníka gymnázia sú už pomerne slušne vybavení istými matematickými zručnosťami a dokážu oceniť (aspoň tí, ktorí nie sú skalopevne presvedčení, že z matematikou zakrátko nadobro skončia), ak im čo to naznačíme, akým ďalším arzenálom ešte matematika disponuje.

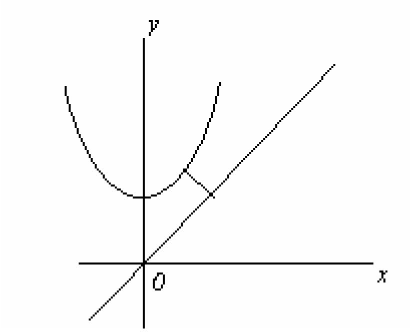
Prvá kapitola, diferenciálny počet, učebnice [1] obsahuje aj článok: Prehľad aplikácií. Úlohy 1.104, 1.105, 1.106, v cvičení k tomuto článku vyzývajú riešiteľa na hľadanie bodu priamky (paraboly, hyperboly) ležiaceho najbližšie k inému danému bodu (Obr. 1).



Obr. 1

Podobné príklady nájdeme tiež v nadväzujúcej zbierke úloh. Príklady nie sú obtiažne a dobre sa hodia na uskutočnenie nášho zámeru. Po vyriešení takýchto úloh zadáme žiakom nasledujúcu úlohu:

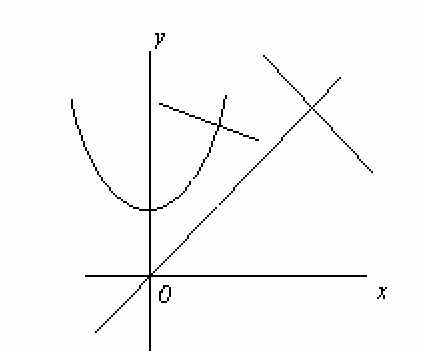
Na priamke $y = x$ a parabole $y = x^2 + 1$ nájdite body, ktoré sú k sebe najbližšie.(Obr.2)



Obr.2

Žiaci začnú uplatňovať postup z predošlých úloh. Na priamke označia neznámy bod $X_1 = [x_1, x_1]$ na parabole iný neznámy bod $X_2 = [x_2, x_2{}^2 + 1]$. Napíšu vzťah pre ich vzdialenosť $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2{}^2 + 1 - x_1)^2}$. Zakrátko však uvidia, že sa ocitli v pasci. Bolo by potrebné vedieť derivovať funkciu dvoch premenných a hľadať jej extrém. Navodili sme situáciu, ktorá umožní žiakom pocítiť potrebu ďalšieho poznávania a my sme dosiahli svoj cieľ.

Chýba už len šťastné zakončenie – pokúsiť sa vyriešiť úlohu pomocou už známych prostriedkov. Žiakov navedieme na myšlienku, že jediná normála paraboly, je zároveň normálou priamky (Obr. 3).



Obr.3

Normálový vektor priamky $(-1,1)$ stotožníme s normálovým vektorom paraboly $(-2x_0,1)$ v hľadanom bode $[x_{0,}y_0]$, z čoho je ihneď zrejmé, že hľadaný bod na parabole má súradnice $X=\left[\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right]$, hľadaná normála rovnicu $y=-x+\frac{7}{4}$ a hľadaný bod na priamke má súradnice $\left[\frac{7}{8},\frac{7}{8}\right]$

Bibliografia

[1] B. Riečan, P. Bero, J. Smida, J. Šedivý: *Matematika pre 4. ročník gymnázia*
SPN Bratislava 1997

Adresa autorov:

RNDr. Klement Hrkota st., Piaristické gymnázium Jozefa Braneckého, Palackého 4, 911 01 Trenčín, e-mail: hrkota@piar.gtn.sk
RNDr. Klement Hrkota ml., Oddelenie matematiky FM TNUAD, Študentská 2, 911 01 Trenčín, e-mail: hrkota@tnuni.sk