Fyzikálno-matematická aplikácia derivácie

Physical-mathematical differential applications.

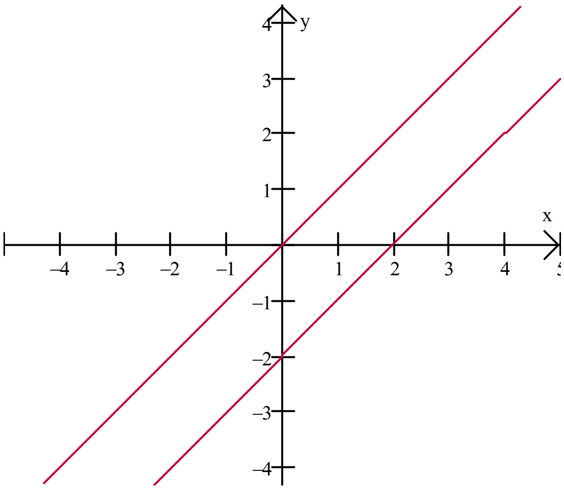
KLEMENT HRKOTA ST., KLEMENT HRKOTA ML.

ABSTRACT: *On what kind of movement the point of intersection carries out with the axis x at regular falling of some functions in the coordinate system and the possibility of using this movement in the issue – the applying of derivation in the fonoth grade of secundary gramar schools.*

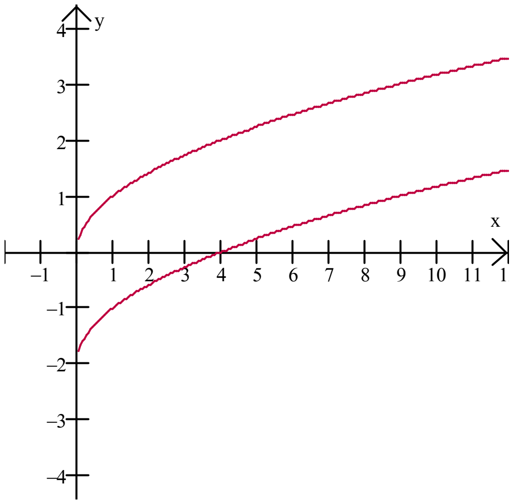
Key words: elementary fumctions, differential applications, instantenous movement

MESC: I 40

V tomto článku si ukážeme jednu možnosť, ako „pomatematizovať" fyzikálne aplikácie derivácie súvisiace s pohybmi.
Tradične [1] sa uvažuje o voľnom páde (čo je pochopiteľné lebo ten je žiakom dobre známy z fyziky). Derivovaním rovnice dráhy voľného pádu podľa času získame rýchlosť voľného pádu a opakovaným derivovaním podľa času získame zrýchlenie voľného pádu. K tomu ešte jeden podobný príklad a tematika je za pár okamihov vyčerpaná.
Ak chcete pri tematike trochu zotrvať ponúkame nasledovnú možnosť: myšlienka spočíva v tom , že zoberieme istú funkciu a jej graf necháme rovnomerne klesať v súradnicovom systéme smerom nadol tak, že za čas $t = 1s$ klesne o jednotku dĺžky. Pritom sledujeme pohyb priesečníka funkcie s osou x.
a) Lineárna funkcia $y = x$ (Obr. 1)



Obr. 1



Obr. 2

V čase t je rovnica funkcie $y = x - t$. Poloha priesečníka v čase t je daná rovnicou $x = t$,

z čoho pre rýchlosť dostaneme $v = \dfrac{dx}{dt} = 1$ a pre zrýchlenie dostaneme $a = \dfrac{dv}{dt} = 0$.

Dráha narastá s časom lineárne, rýchlosť je konštantná, zrýchlenie nulové – pohyb je rovnomerný.

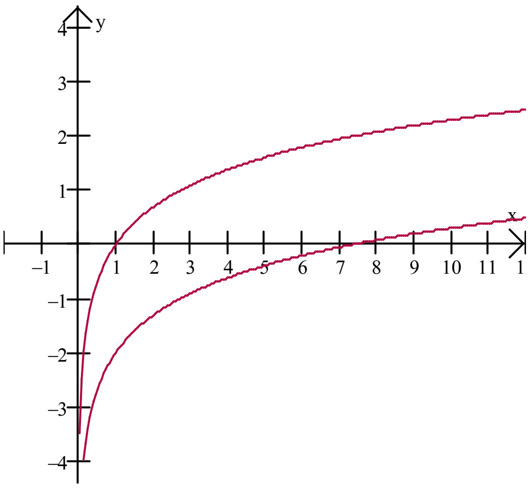
b) Druhá odmocnina $y = \sqrt{x}$ (Obr. 2)

V čase t je rovnica funkcie $y = \sqrt{x} - t$. Poloha priesečníka v čase t je daná rovnicou $x = t^2$,

z čoho pre rýchlosť dostaneme $v = \dfrac{dx}{dt} = 2t$ a pre zrýchlenie dostaneme $a = \dfrac{dv}{dt} = 2$.

Dráha narastá s časom kvadraticky, rýchlosť narastá s časom lineárne a zrýchlenie pohybu je konštantné – pohyb je rovnomerne zrýchlený.

c) Prirodzený logaritmus $y = ln\, x$ (Obr. 3)



Obr. 3

V čase t je rovnica funkcie $y = ln\, x - t$. Poloha priesečníka v čase t je daná rovnicou $x = e^t$, z čoho pre rýchlosť dostaneme $v = \frac{dx}{dt} = e^t$ a pre zrýchlenie dostaneme $a = \frac{dv}{dt} = e^t$.

Dráha, rýchlosť i zrýchlenie narastajú s časom exponenciálne. Priesečník sa od bodu [1,0] vzďaľuje pohybom zmieneným v nadpise článku.

Na záver úloha: Akým druhom pohybu sa vzďaľuje priesečník funkcie $y = \sqrt[3]{x} - t$ s osou x os bodu O.

Bibliografia

[1] B. Riečan, P. Bero, J. Smida, J. Šedivý: *Matematika pre 4. ročník gymnázia* SPN Bratislava 1997

Adresa autorov:

RNDr. Klement Hrkota st., Piaristické gymnázium Jozefa Braneckého, Palackého 4, 911 01 Trenčín, e-mail: hrkota@piar.gtn.sk

RNDr. Klement Hrkota ml., Oddelenie matematiky FM TNUAD, Študentská 2, 911 01 Trenčín, e-mail: hrkota@tnuni.sk