

Matematický aparát fyziky

Mathematical Apparatus of Physics

Peter Hanisko

Abstract. Mathematics is the most important tool of physics. Use of mathematical principles is a fundamental requirement for correctness in physics; without it, formulating quantitative rules and deriving concrete numerical results from them would be impossible. This article describes the individual areas of mathematics utilized in high school physics, specifically modern physics.

Keywords: mathematics, physics, inter-disciplinary relations, natural sciences

MESC: M50

Úvod

Pre každého, kto chce študovať nejakú vednú alebo technickú disciplínu, je dôležité, aby poznal jej základné metódy a postupy. Platí to aj pre matematiku a fyziku. Štúdium matematiky a fyziky by malo byť dôležitou súčasťou prípravy nielen budúcich vedeckých a technických pracovníkov vo všetkých oblastiach vedy a techniky, ale aj každého človeka.

Matematika sa najčastejšie definuje ako štúdium zákonitosti štruktúry, zmeny a priestoru. Matematiku je možné chápať ako rozšírenie hovoreného a písaného jazyka s presne definovanou gramatikou a slovnou zásobou za účelom opísať a skúmať fyzikálne a konceptuálne vzťahy. Aj keď samotná matematika sa niekedy nepovažuje za čisto prírodnú vedu, štruktúry, ktoré matematika skúma a popisuje majú najčastejšie pôvod v prírodných vedách a najmä vo fyzike. Matematika sa veľmi často zaoberá aj problémami, ktorých pôvod nie je čisto matematický. Poskytuje zovšeobecnenia spájajúce niekoľko vedných odborov alebo výrazne zjednodušuje výpočty.

Úlohou tohto príspevku nie je podrobne rozobrať matematický aparát využívaný vo fyzike, ale len v stručnosti opísať najčastejšie používané oblasti matematiky v modernej fyzike, bez ktorých sa vo fyzike nedá vôbec zaobiť a porovnať ich s učivom matematiky, ktoré sa používa v gymnaziálnej fyzike.

1 Matematický aparát modernej fyziky

Javy a procesy, ktoré skúma fyzika medzi sebou úzko súvisia. Medzi týmito javmi teda existujú určité vzájomné závislosti. Matematické skúmanie takýchto závislostí vo fyzike bolo umožnené zavedením pojmu *funkcia*, čo je jeden z najdôležitejších pojmov matematiky a fyziky. Časť matematiky, ktorá je úzko spojená s funkciami a s vyšetrovaním vlastností funkcií a rovníc rôzneho typu, ktorých riešením sú funkcie sa nazýva *matematická analýza*. Do matematickej analýzy, ktorá má najvýraznejšie zastúpenie z jednotlivých matematických odborov vo fyzike sa zvyčajne zaraďuje diferenciálny a integrálny počet, teória funkcií reálnej a komplexnej premennej, diferenciálne rovnice obyčajné a parciálne, integrálne rovnice, funkcionálna analýza, rozvoje funkcií do radov, apod.

Pre podrobné štúdium jednotlivých oblastí matematiky, ktoré sa využívajú v modernej fyzike je potrebné preštudovať veľké množstvo učebníc, zaoberajúcich sa jednotli-

vými oblasťami matematiky.^{1,2} Pre vytvorenie si stručnejšieho prehľadu jednotlivých oblastí matematiky je vhodné preštudovať najmä prehľadové učebnice zaoberajúce a popisujúce matematický aparát fyziky.^{3,4}

Algebra

Algebra bola a do istej miery aj v súčasnosti je náukou o algebraických rovniciach, o sústavách týchto rovníc a o ich riešení. Radi sa k takým matematickým disciplínam, ktoré najviac prispievajú k poznaniu modernej fyziky a jej zákonitostí. V modernej fyzike sa veľmi často využívajú komplexné čísla, ktoré majú široké uplatnenie najmä v teoretických disciplínach fyziky (teoretická fyzika, kvantová fyzika, jadrová fyzika, štatistická fyzika apod.). Vo fyzike sa algebra využíva pri riešení veľkých sústav rovníc, ktorých riešenie klasickými metódami by bolo veľmi zdĺhavé a často aj neúspešné.

Diferenciálny a integrálny počet

Diferenciálny a integrálny počet sú základné časti matematickej analýzy, ktorá je súhrnom matematických odborov vyšetrujúcich vlastnosti funkcií reálnej a komplexnej premennej, postupnosti a radov apod. Študujú funkcie, pomocou ktorých možno popísať najrôznejšie prírodné a spoločenské javy, kedy sa jedná veličina mení v závislosti na iných veličinách (rýchlosť pohybujúceho sa telesa od času, povrch kvádra v závislosti od veľkosti jeho hrán, objem plynu v závislosti na teplote a tlaku, apod.).

Diferenciálny počet sa opiera o pojmy derivácia a diferenciál. Pri riešení mnohých fyzikálnych problémov má veľký význam poznanie rýchlosti zmeny hodnôt nejakej veličiny vzhľadom na zmenu hodnôt inej veličiny. Túto rýchlosť charakterizuje práve **derivácia funkcie**, ktorá vyjadruje závislosť medzi týmito veličinami.

Veľmi často sa vo fyzike a v matematike a ich aplikáciách vyskytujú veličiny, ktorých číselná hodnota závisí od hodnôt niekoľkých (dvoch, troch alebo viacerých) veličín. Napríklad vo fyzike kinetická energia telesa závisí od hmotnosti a od rýchlosti telesa, v geometrii povrch kvádra závisí od hodnôt dĺžok hrán kvádra apod. V takýchto prípadoch sa jedná o **diferenciálny počet funkcie viacerých premenných**.

Odvetvie matematickej analýzy, ktoré sa zaoberá metódami výpočtov integrálov sa nazýva **integrálny počet**. Predmetom skúmania integrálneho počtu sú **integrály**, ktoré sa používajú k výpočtom najrôznejších fyzikálnych veličín (dĺžky kriviek, obsahu a objemu telies, hmotnosti a momentov, potenciálov, práce apod.).

Podobne ako v diferenciálnom počte, tak aj v integrálnom počte je možné definovať integrály nielen jednej premennej, ale aj integrály funkcií viacerých premenných (dvojné, trojné alebo viacrozmerné integrály) a tiež krivkové a plošné integrály.

Viacnásobné integrály majú široké uplatnenie v geometrii a vo fyzike. Pomocou dvojných integrálov sa počítajú objemy valcových telies, obsahy rovinných oblastí alebo hmotnosť rovinatej oblasti. Pomocou trojných integrálov sa počítajú objemy a hmotnosti telies. Pomocou týchto integrálov je možné vyjadriť mnohé fyzikálne veličiny súvisiace so spojitým rozložením hmotnosti na nejakej oblasti, statické momenty (moment zotrvačnosti), ťažiská telies apod.

Vo fyzike a v technických odboroch sa skúmajú periodické procesy, t. j. procesy, ktoré sa po určitom čase pravidelne opakujú. Takéto procesy je možné opísať periodickými

¹ IVAN, J.: *Matematika 1*. 2. vydanie. Vydavateľstvo Alfa, Bratislava, 1986. 704 strán.

² IVAN, J.: *Matematika 2*. 1. vydanie. Vydavateľstvo Alfa, Bratislava, 1989. 632 strán. ISBN 80-05-0014-2.

³ BŮHM, R., KLIMO, M.: *Matematické metody vo fyzike*. 1. vydanie. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava. 195 strán.

⁴ KVASNICA, J.: *Matematický aparát fyziky*. 1. vydanie. Academia, Praha, 1989. 384 strán. ISBN 80-200-0088-7.

funkciami. Na riešenie takýchto problémov sa najčastejšie využívajú rozvoje funkcií do **Fourierových trigonometrických radov**, ktoré majú široké uplatnenie nielen v riešení kmitavých pohybov, ale aj v iných oblastiach fyziky a techniky.

Analytická a diferenciálna geometria

Ak sa geometrické útvary študujú analytickými metódami, v tom prípade sa jedná o **analytickú geometriu**. Zvyčajne sa tento názov používa v tom prípade, ak sa pri štúdiu geometrických útvarov používajú len prostriedky algebry. Analytické metódy v geometrii umožňujú po zvolení vhodnej súradnicovej sústavy (vo fyzike sa najčastejšie používajú karteziánska, polárna a sférická súradnicová sústava) charakterizovať základný geometrický útvar (bod alebo vektor) usporiadanou dvojicou alebo trojicou čísel. To umožňuje aj zložitejším geometrickým objektom priradiť algebraické rovnice, nerovnice alebo systémy rovníc a nerovníc. Systém rovníc a nerovníc, ktorému v zvolenej súradnicovej sústave vyhovujú všetky body útvaru a žiadne iné sa nazýva **analytické vyjadrenie geometrického útvaru** v danej súradnicovej sústave.

V prípade, že sa používajú prostriedky matematickej analýzy, jedná sa o **diferenciálnu geometriu**. Diferenciálnou geometriou sa rozumie tá časť matematiky, v ktorej sa skúmajú vlastnosti geometrických útvarov, predovšetkým kriviek a plôch, systémov kriviek a plôch metódami matematickej analýzy, najmä diferenciálneho počtu. Toto štúdium si vynútili okrem potrieb samotnej geometrie aj potreby iných vied, najmä fyziky, astronómie a geodézie.

Vektorová a tenzorová algebra a analýza

Vektorový a tenzorový počet ako samostatná matematická disciplína vznikli predovšetkým z potrieb fyziky a najmä mechaniky. Podľa metód použitia sa vektorový a tenzorový počet delí na **vektorovú a tenzorovú algebru a analýzu**.

Vo fyzike, ako aj v iných vedných disciplínach sa skúmajú rôzne veličiny. Niektoré z nich (hmotnosť, teplota, energia apod.) sú úplne určené jedným číselným údajom určujúcim veľkosť tejto veličiny vzhľadom na jednotku tejto veličiny. Veličiny tohto druhu sa nazývajú **skalárne veličiny** alebo **skaláre**.

Existujú však aj také fyzikálne veličiny, ktoré nie sú úplne určené jedným číselným údajom vyjadrujúcim ich veľkosť vzhľadom na zvolenú jednotku (sila, rýchlosť, zrýchlenie, intenzita gravitačného, elektrického alebo magnetického poľa apod.). Okrem svojej veľkosti sú tieto veličiny charakterizované ešte aj určitým smerom a orientáciou v rovine alebo v priestore. Takéto fyzikálne veličiny, ktoré majú smer a orientáciu, sa nazývajú **vektorové veličiny** alebo **vektory**. **Vektorom** sa rozumie prvok vektorového priestoru, čo je usporiadaná n -tica reálnych čísel, ktoré sa nazývajú zložky vektora. Geometrický sa pod vektorom rozumie trieda navzájom rovnobežných, rovnako dlhých a rovnako orientovaných úsečiek. Vektorový počet umožňuje prehľadnú formuláciu mnohých vzťahov v matematike a fyzike.

Tenzorový počet je časť matematiky, ktorá vyšetruje vlastnosti tenzorov, najmä tie, ktoré možno aplikovať v diferenciálnej geometrii a vo fyzike. Pojem **tenzor** vznikol zovšeobecnením pojmu vektor a predstavuje formálne vyjadrenie určitej veličiny vo vektorovom počte. Tenzorom nultého rádu, tzv. skaláru je vo fyzike napr. hmotnosť, elektrický náboj apod. Tenzorom prvého rádu je napr. sila, hybnosť, moment hybnosti apod. Tenzorom druhého rádu je napr. deformácia, napätie alebo v matematike tenzor krivosti.

V mnohých fyzikálnych teóriách má dôležitú úlohu pojem **pole**. Názov pole nejakej veličiny sa vo fyzike používa na označenie časti priestoru alebo celého priestoru, ak každému jej bodu prislúcha práve jedná hodnota tejto veličiny. Ak ide o skalárnu veličinu, jedná sa o **skalárne pole**. V prípade vektorovej veličiny sa jedná o **vektorové pole**. Kým

v klasickej mechanike hmotného bodu sa vychádza z toho, že fyzikálne vlastnosti nejakej častice (napr. hmotnosť), sú koncentrované v jednom bode, v teórii fyzikálnych polí sa vychádza z predstavy, že nejaká fyzikálna veličina je rozložená v tej istej časti priestoru, t. j. v každom bode tejto časti priestoru má táto veličina určitú hodnotu.

Skalárne alebo vektorové pole sa nazýva *stacionárne*, ak hodnota skúmanej fyzikálnej veličiny v každom bode závisí len od polohy bodu a nezávisí od času. Ak hodnoty skúmanej veličiny závisia aj od času, tak pole sa nazýva *nestacionárne*.

Dôležitou súčasťou vektorovej a tenzorovej analýzy, ktoré sú spojené najmä s poľami sú pojmy *gradient skalárneho poľa*, *divergencia vektora* a *tenzora* a *rotácia vektora*, ktoré majú výrazné využitie najmä v teoretickej fyzike.

Diferenciálne a integrálne rovnice

Medzi dvomi fyzikálnymi alebo inými veličinami často existuje funkcionálna závislosť. Funkciu, ktorá je matematickým vyjadrením tejto závislosti nie je možné v mnohých prípadoch bezprostredne určiť. V mnohých prípadoch je možné nájsť len určitý vzťah medzi danou funkciou a jej deriváciou a následne pomocou neho sa môže určiť neznáma funkcia.

Diferenciálne rovnice slúžia ako účinný nástroj k formulácii prírodných zákonov a k vytváraniu ich matematických modelov (Maxwellove rovnice elektromagnetického poľa, Einsteinove rovnice všeobecnej teórie relativity apod.). Zastúpené sú v takmer všetkých oblastiach fyziky a techniky.

Diferenciálne rovnice sa rozdeľujú na **obyčajné diferenciálne rovnice**, ktoré vyjadrujú vzťah medzi hľadanou funkciou reálnej alebo komplexnej premennej a jej deriváciami a na **parciálne diferenciálne rovnice**, ktoré vyjadrujú vzťah medzi hľadanou funkciou dvoch alebo viacerých reálnych premenných a ich parciálnymi deriváciami. Delia sa na **lineárne** a **nelineárne diferenciálne rovnice**.

Rovnice medzi funkciami, v ktorých je naznačená integrácia hľadanej funkcie sa nazývajú **integrálne rovnice**. Podobne ako diferenciálne rovnice, aj integrálne rovnice sa delia na **lineárne** a **nelineárne integrálne rovnice**. Integrálne rovnice zasahujú do všetkých oblastí teoretickej fyziky a sú dôležité aj pre numerické riešenie fyzikálnych problémov.

Rovnice, v ktorých sú naznačené integrácie i derivácie hľadanej funkcie sa nazývajú **integro-diferenciálne rovnice**. Integro-diferenciálne rovnice majú široké uplatnenie najmä v teoretickej fyzike a jej disciplínach.

Pravdepodobnosť a matematická štatistika

V prírodných vedách a teda aj vo fyzike sa pod štatistikou rozumie analýza hromadných javov, používajúca teóriu pravdepodobností. **Matematická štatistika** vytvára pre štatistické dáta pravdepodobnostné modely, overuje zhodu dát a modelov, odhaduje voľné parametre v modeloch, testuje hypotézy o nich, analyzuje variabilitu dát, hodnotí vzájomnú väzbu (koreláciu) dát, určuje chyby apod. Používa sa všade tam, kde ide o vytváranie objektívnych záverov z hromadných experimentálnych dát a údajov.

Vo fyzike má matematická štatistika a pravdepodobnosť výrazné použitie. Časť fyziky, ktorá využíva matematickú štatistiku a pravdepodobnosť na hodnotenie fyzikálnych experimentov je **experimentálna fyzika**.

Teoretický fyzikálny odbor, ktorý sa bez matematickej štatistiky a pravdepodobnosti nezaobíde je **štatistická fyzika**. Je to oblasť fyziky, skúmajúca vlastnosti makroskopických telies ako súbor veľkého počtu častíc (molekúl, atómov, elektrónov). Základnou úlohou štatistickej fyziky je výpočet hľadaných makroskopických veličín, charakterizujúcich systém na základe zákonov o pohyboch častíc, ktoré tento systém tvoria.

2 Matematický aparát fyziky na gymnáziách

Obsah matematiky na gymnáziách a z toho vyplývajúci aj matematický aparát používaný v gymnaziálnej fyzike vyplýva z učebných osnov matematiky a fyziky pre štvorročné gymnázia.

Podľa v súčasnosti platných učebných osnov matematiky⁵ pre gymnázia sa v **prvom ročníku** študenti venujú najmä opakovaniu učiva matematiky základnej školy. V tematických celkoch *úvod do štúdia matematiky* a *teória čísel* sa venujú najmä učivu, ktoré už absolvovali na základných školách (číslo, konštanta, zlomky, intervaly, výrazy, prirodzené čísla, najmenší spoločný násobok, najväčší spoločný deliteľ apod.). Podobne aj tematické celky *funkcie, rovnice a nerovnice I* a *planimetria I* obsahuje prevažne učivo (základné rovinné útvary, uhly, kružnice, počítanie obsahov rovinných útvarov, apod.), ktoré študenti už taktiež absolvovali na základnej škole. Jediný tematický celok, ktorý je v prvom ročníku gymnázia pre študentov nový, je tematický celok *kombinatorika*, ktorý ich oboznamuje so základmi kombinatorického počtu (permutácie, variácie, kombinačné čísla, Binomická veta apod.) a jeho praktickým využitím.

Učivo matematiky v **druhom ročníku** gymnázia tvoria v prevažnej miere najmä geometrické tematické celky. Tematický celok *funkcie, rovnice a nerovnice II* sa venuje najmä preberaniu učiva, ktoré tvoria goniometrické funkcie a operácie s nimi a tiež riešenie goniometrických rovníc a nerovníc. Podobne priestor v tomto tematickom celku je venovaný logaritmickým, exponenciálnym a mocnínovým funkciám a operáciám s nimi a riešeniu rovníc a nerovníc, v ktorých neznáme vystupujú v logaritmickom, exponenciálnom alebo mocnínovom tvare. Tieto typy funkcií majú široké uplatnenie v prírodných vedách a najmä vo fyzike, kde popisujú fyzikálne javy a zákony, ktoré nie je možné popisovať v desiatkovej sústave, kvôli vysokým hodnotám (10^6 a viac) a preto je namieste, že tejto téme je venovaný samostatný tematický celok.

Geometrický tematický celok *planimetria II* je venovaný trojuholníkom a kružniciam, ich konštruovaniu a určovaniu vzťahov medzi stranami a uhlami, čo sa týka trojuholníkov. Pri kružniciach je to najmä konštruovanie kružníc opísaných a vpísaných trojuholníkom. Priestor je venovaný aj zisťovaniu vzájomných vlastností rovinných telies (súmernosť podľa osi alebo stredu, posúvanie, otáčanie, podobnosť apod.).

Tematický celok *stereometria I* je venovaný základným útvarom v priestore. Študenti v ňom opakujú základné vedomosti o priestorových útvaroch ako bod, priamka a ich vzájomné vzťahy a o priestorových telesách ako hranol, ihlan, rotačné telesá a určovanie ich základných vlastností. Tento tematický celok je vlastne takmer celý venovaný učivu, s ktorým sa žiaci už stretli na základných školách.

Aj keď základné vedomosti z geometrie sú nevyhnutné nielen pre každodenný život, ale aj vo fyzike a v technických disciplínach (rysovanie projektov, kreslenie rôznych schém a nákresov apod.), predsa sa im v učebných osnovách druhého ročníka venuje viacej priestoru a času ako je nutné.

Učebné osnovy matematiky v **tretom ročníku** uvádzajú len geometrické učivo. Hlavným obsahom tematického celku *stereometria II* je určovanie rôznych odchýlok priamok a rovín v priestore a ich priemetov a tiež určovanie vlastností priestorových telies ako objemy a povrchy hranatých a rotačných telies a spôsoby ich výpočtov.

Tematický celok *analytická geometria* má výrazné uplatnenie najmä v matematike a fyzike, ale tiež aj v iných vyučovacích predmetoch (napr. zemepis, kde sa využívajú najmä rôzne druhy súradnicových sústav). Najviac času a priestoru tohto tematického cel-

⁵ MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY: *Matematika, učebné osnovy gymnázia, štvorročné štúdium*. 1997.

ku je venované analytickému vyjadrovaniu priamky v rovine a v priestore a jej rôznym formám zápisu (smernicový, všeobecný a parametrický tvar). Taktiež je priestor venovaný určovaniu rovníc rovín a polrovín a určovanie ich vzájomných polôh (vzájomné uhly, vzdialenosti). Časť, ktorá má široké uplatnenie nielen vo fyzike, astronómii a astrofyzike a geodézii, ale aj v technických disciplínach je analytické vyjadrovanie kružníc a kužeľosečiek (elipsa, parabola a hyperbola). Veľká časť tohto učiva sa však v učebných osnovách matematiky navrhuje preberať len ako rozširujúce učivo na seminároch a cvičeniach.

Podobne aj vektorovému počtu, ktorý má široké uplatnenie najmä vo fyzike sa v učebných osnovách venuje len málo priestoru a času a aj to, niektoré dôležité časti len ako nepovinné učivo určené na semináre a cvičenia z matematiky. So základmi vektorového počtu sa študenti stretnú aj vo fyzike hneď v prvom ročníku v tematickom celku **fyzikálne veličiny a ich meranie**,⁶ kde sa oboznámia so skalárnymi a vektorovými veličinami a operáciami s nimi. Bez podrobnejšieho štúdia vektorového počtu nie je možné preberať korektne a matematicky správne väčšinu učiva fyziky, pretože väčšina vzťahov modernej fyziky je založená práve na vektorovom a tenzorovom počte.

Vo **štvrtom ročníku** gymnázia učebné osnovy predpisujú učivo, ktoré má v prírodných vedách a najmä vo fyzike mimoriadne veľké uplatnenie. Je možné povedať, že toto učivo tvorí základný vyjadrovací jazyk fyziky. Tematický celok **funkcie, rovnice a nerovnice III** obsahuje učivo, ktorého úspešné zvládnutie je nevyhnutným predpokladom pre ďalšie štúdium fyziky, pretože tvorí základ vyjadrovacích prostriedkov fyzikálnych teórií. Na gymnáziách sa však vyučujú len základy ako sú postupnosti (aritmetické, geometrické) a ich vlastnosti, limita postupnosti, konvergencia a divergencia postupnosti. Dôležitá časť, ktorá má vo fyzike široké uplatnenie je teória nekonečných radov, ktorá sa však preberá len okrajovo. Diferenciálny a integrálny počet sa na gymnáziách vyučuje len okrajovo a aj to len základné vlastnosti a vzťahy. Dôležité časti diferenciálneho a integrálneho počtu sú v osnovách určené ako nepovinné. Časť, ktorá sa v povinnom kurze matematiky na gymnáziách takmer vôbec nevyučuje sú diferenciálne rovnice a integrálny počet.

Tematický celok **štatistika a pravdepodobnosť** má výrazné uplatnenie v takmer všetkých oblastiach ľudského života a s jej výsledkami a aplikáciami sa každý už určite stretol. Z obsahu tematického celku uvedeného v učebných osnovách je možné vidieť, že sa vyučuje len úplne základné učivo. Učivo, ktoré má vo fyzike najväčšie využitie (testovanie hypotéz, hladiny významnosti, chí-kvadrat test, regresná priamka, metóda najmenších štvorcov apod.) je však označené ako nepovinné učivo určené na vyučovanie na seminároch a cvičeniach.

Analýza učebných osnov matematiky na gymnáziách ukázala, že je veľa priestoru a času venované najmä geometrickým (rovinným aj priestorovým) tematickým celkom a taktiež riešeniu rôznych typov rovníc a nerovníc (logaritmické, goniometrické), ktoré sa v praxi využívajú v menšej miere a je im preto zbytočne venované veľa vyučovacích hodín a to na úkor iných častí matematiky, ktoré sa v matematike a fyzike využívajú oveľa častejšie.

Porovnaním matematického aparátu využívaného v modernej fyzike a matematiky využívanej v gymnaziálnej fyzike je možné vidieť, že študenti na gymnáziách prichádzajú do kontaktu len s matematikou, ktorá nevyužíva matematické metódy a postupy, ktoré sú v modernej fyzike nezastupiteľné. Vo vyučovaní fyziky na gymnáziách sa vo väčšine prípadov vystačí bez znalosti vyššej matematiky. Príprava študentov z matematiky na gymnáziách postačuje k zabezpečeniu výučby aspoň základov fyziky, bez hlbšieho matematického zdôvodnenia súvislosti medzi jednotlivými javmi a procesmi. Skúsenosti a návyky zís-

⁶ MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY: *Fyzika, učebné osnovy gymnázia, štvorročné štúdium*. 1997.

kané v gymnaziálnej matematike sa uplatňujú vo vyučovaní fyziky na gymnáziách predovšetkým využívaním len približných výpočtov a odhadov pri riešení úloh a problémov. Z hľadiska hlbšieho preniknutia do problémov modernej fyziky, však súčasná úroveň matematiky, ktorá sa vyučuje na gymnáziách je už nepostačujúca. Bez vedomosti vyššej matematiky je skutočne možné robiť len približné výpočty a odhady.

Záver

Vedná disciplína, ktorá je s matematikou bytostne spojená a vôbec sa bez nej nezaobíde, je fyzika. Fyzika využíva matematický aparát od najjednoduchších operácií až po zložité výpočty využívajúce napr. tenzorovú analýzu.

Pri štúdiu akéhokoľvek predmetu je potrebné poznať metódy a spôsoby ktoré sa pri tomto štúdiu využívajú. Obzvlášť dôležité je to pri štúdiu fyziky, kedy sa bez adekvátneho matematického aparátu nedá zaobiť. Na prvý pohľad sa môže zdať, že vo vyučovaní fyziky na gymnáziách nie je potrebný nijaký obzvlášť ťažký matematický aparát. Opak je však pravdou. Bez presného a matematicky korektného vysvetlenia fyzikálnych zákonov stráca vyučovanie fyziky zmysel, pretože len povrchné vysvetlenie a encyklopedický opis fyzikálnych javov bez hlbšieho matematického zdôvodnenia nemá pre študentov žiadny zmysel. Aj napriek týmto výhradám však štúdium matematiky na gymnáziách je možné považovať za dobrý základ pre ďalšie štúdium vyššej matematiky a jej využívania v modernej fyzike a jej jednotlivých odboroch.

Literatúra

1. BARTSCH, H. J.: Matematické vzorce. 3. vydanie. Mladá fronta, Praha, 2002. 832 strán. ISBN 80-204-0607-7.
2. BÖHM, R., KLIMO, M.: *Matematické metódy vo fyzike*. 1. vydanie. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava. 195 strán.
3. GÖHLER, W., RALLE, B.: *Lexikón vyššej matematiky*. 1. vydanie. Vydavateľstvo Alfa, Bratislava, 1992. 168 strán. ISBN 80-05-00531-8.
4. IVAN, J.: *Matematika 1*. 2. vydanie. Vydavateľstvo Alfa, Bratislava, 1986. 704 strán.
5. IVAN, J.: *Matematika 2*. 1. vydanie. Vydavateľstvo Alfa, Bratislava, 1989. 632 strán. ISBN 80-05-0014-2.
6. KVASNICA, J.: *Matematický aparát fyziky*. 1. vydanie. Academia, Praha, 1989. 384 strán. ISBN 80-200-0088-7.
7. MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY: *Fyzika, učebné osnovy gymnázia, štvorročné štúdium*. 1997. <http://www.infovek.sk/predmety>.
8. MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY: *Matematika, učebné osnovy gymnázia, štvorročné štúdium*. 1997. <http://www.infovek.sk/predmety>.

9. PLOCKY, A.: *Pravdepodobnosť okolo nás*. 1. vydanie. Katolícka univerzita, Ružomberok, 2004. 266 strán. ISBN 80-89039-51-0.
10. SCHWARTZ, L.: *Matematické metody ve fyzice*. 1. vydanie. SNTL - Nakladatelství technické literatury, Praha, 1972. 360 strán.

Adresa autora

PaedDr. Ing. Mgr. Peter Hanisko
Pedagogická fakulta
Katolícka univerzita v Ružomberku
Detašované pracovisko Levoča
Košická ulica 2
054 01 Levoča
E-mail: hanisko@fedu.ku.sk