Ako nás matematika urobí slávnejšími a bohatšími

RNDr. Adriana Štieberová

ABSTRACT: *Despite the impression given by many textbooks, teachers and internet articles, we understand much less about mathematics than is commonly thought. In fact, maths is littered with problems that we cannot solve. Some are (possibly) not worth solving; some may not be solvable (in fact Gödel proved that there exist truly unsolvable problems); but there are some potentially solvable problems, the solutions of which would unlock the door to a lot of new mathematics and be of incalculable benefit to humankind. Indeed it is (probably) fair to say that much of mathematics, and indeed mathematicians, is stimulated by the desire to solve, and find, challenging problems.*

1 ÚVOD

Pre mnohých ľudí je matematika len súborom nepochopiteľných procedúr, pretože nikdy nemali príležitosť skúmať procesy majúce praktický význam a aplikovať ich v životných situáciách [12]. Je faktom, že matematika nám ponúka aj problémy, ktoré nedokážeme vyriešiť. Niektoré sa snáď ani neoplatí riešiť, niektoré ani nie sú riešiteľné (Göbel dokázal, že existujú skutočne neriešiteľné problémy), ale sú tu aj potencionálne riešiteľné problémy, ktorých riešenie by mohlo odomknúť dvere novej matematike a môžu mať nevyčísliteľnú hodnotu pre ľudstvo. Rôzne prístupy k riešeniam matematických úloh prispievajú k rozvoju matematického myslenia [9],[11]. Ako môžeme urobiť matematiku univerzálnou? Ak sa pozrieme na reálny život, môžeme objaviť stopy matematiky v pravidlách hier, šetrení, populačnom raste, dekorácii domu, varení, ale aj ako univerzálny jazyk celého sveta [1],[3],[5],[7],[8],[12],[14].

Matematika je jediným jazykom, ktorý je univerzálny pre všetkých a nezávisí od kultúry, náboženstva a pohlavia. Pi je stále 3,14159 bez ohľadu na krajinu, kde sme. Sčítavanie je rovnaké, či počítame s dolármi, jenmi alebo korunami. Numerácia spája ľudí cez kontinenty. S týmto jazykom môžeme vysvetliť záhadu DNA. Matematika je nielen pre počítanie, je predovšetkým pre nás. A nie je len o uvažovaní o imaginárnych číslach a používaní komplikovaných operácií. Je to o zlepšení každodenného rozhodovania a o plnohodnotnejšom, bohatšom a nádejnejšom živote [2],[4],[6],[10].

2 ČASŤ PRVÁ:GRÉCI

Enormné množstvo modernej matematiky bolo objavené gréckymi matematikmi ako sú Euclidus, Pythagoras a Archimedes. Gréci používali pravítko a kružidlo. Používaním týchto jednoduchých pomôcok mohli konštruovať ekvilaterálne trojuholníky a pretínať uhol [1],[7].

Nakoľko mali tri problémy, na vyriešenie ktorých im nestačili tieto metódy. Prvý problém bol rozdeliť uhol na tri rovnaké časti [1],[7].

Druhým problémom bola otázka duplikácie tretej mocniny. V čase veľkého hladomoru skupina Grékov sa išla poradiť k svätému Oraclovi. Oracle im povedal, že hladomor bude porazený, ak Gréci zdvoja veľkosť oltáru. Matematicky to znamenalo, že Gréci potrebovali skonštruovať dĺžku čiary rovnakú ako tretia odmocnina. Vedeli zostrojiť druhú odmocninu, ale nie tretiu [1],[7].

Posledným problémom bolo obsah kruhu, ktorý vyžadoval konštrukcie čiary o dĺžke π.

Tieto problémy pretrvali až 2000 rokov, t.j. do 19. storočia. Prvé dva problémy boli vyriešené Galoisom, francúzskym matematikom, ktorý mal iba 21 rokov, keď zomrel v súboji [1],[3].

3 ČASŤ DRUHÁ: HILBERT

Dávid Hilbert bol pravdepodobne najväčším matematikom konca 19. storočia a začiatku 20. storočia. Medzi mnohé jeho matematické úspechy patria dômyselné objavy v logike, algebre a diferenciálne rovnice. Hilbert bol pozvaný rečniť na Medzinárodný kongres matematikov, ktorý sa konal v Paríži v roku 1900. Na začiatku 20. storočia, sa Hilbert rozhodol zanechať výzvu, nechať matematikov zaneprázdnených na nasledujúcich 100 rokov. Jeho reč obsahovala 23 problémov, teraz známych ako Hilbertove problémy. Nie je cieľom iba vyriešiť tie problémy, ale prizvať aj mnoho matematikov na ich vyriešenie. Ktokoľvek vyrieši Hilbertov problém, stane sa nepochybne slávnym, ale bohužiaľ nie veľmi bohatým. Mnoho Hilbertových problémov je už vyriešených. Jeden z nich, ktorý trvá až do konca 20. storočia je Fermatova teória [1],[12].

Pierre de Fermat bol talianskym matematikom, ktorý pracoval v 16. storočí a zaujímal sa o teóriu čísel. Je to štúdium problémov týkajúcich sa prirodzených čísel 1,2,3,...Fermatova malá teória bola objavená a môže hrať podstatnú rolu v modernej kryptografii. Je známe od staroveku, že môžeme nájsť prirodzené čísla *a, b* a *c* s $a^2 + b^2 = c^2$ napríklad $3^2 + 4^2 = 5^2$. Fermat dokázal, že nemôžeme nájsť prirodzené čísla, pre ktoré platí $a^4+b^4 = c^4$, používanie tejto metódy sa nazvalo ako rýchly zostup. Premýšľal, ak n je celé číslo rôzne od 2, či problém $a^n+b^n=c^n$ má nejaké celočíselné riešenie. Počas uvažovania o tomto probléme sa stiahol do knižnice a čítal Diofantovu Aritmetiku. Nie je známe, či sa mu páčil text tejto knihy, ale páčili sa mu jeho okraje. Vieme to podľa toho, že na okraj napísal, že našiel skutočne úžasný dôkaz faktu, že problém nemohol byť vyriešený, ale nanešťastie, okraj knihy je tak malý, že to nemôžem napísať. Mal dôkaz? Bol čestný? To nevieme, ale matematici sa stále pokúšajú zistiť to. Tento problém získal názov Fermatova posledná teória [5],[12].

Táto teória bola riešená Andrew Wilesom ako časť dôkazu domnienky Tayana-Shumura. Fermat mal pravdu, ale Wilesovo riešenie nebolo napísané na okraj [1].

4 ČASŤ TRETIA: CLAYOV INŠTITÚT

V 21. storočí máme sedem *Millenium Prize Problems*, ktoré nám predstavujú tú istú funkciu ako Hilbertove problémy pre 20. storočie. Šiesty problém Millenium Prize Problem je dobre známy ako Navier-Stokesove rovnice.

4.1 Navier-Stokesove rovnice

Navier-Stokesove rovnice sú menej známe, ale môžeme na nich naraziť každý deň. Sú to rovnice, ktoré opisujú počasie!

Začnime rozmýšľať, čo vieme o počasí. Počasie je kombináciou pohybov atmosféry, spojených s pohybom oceánov, transportuje vlhkosť a je spojené so zmenami tlaku a teploty vzduchu. Je možné zaznamenať to rovnicami, ktoré opisujú všetko matematicky. V konečnom dôsledku sú tieto rovnice komplikované. Tieto rovnice sú rovnaké pre vzduch ako aj pre vodu alebo iné kvapaliny a boli odvodené v 19. storočí dvoma matematikmi Navierom a Stokesom, odtiaľ aj ich názov Navier-Stokesove rovnice.

Predstavme si, že sa pozeráme na miesto (x,y,z) v atmosfére. Na tomto mieste vzduch bude mať rýchlosť (u,v,w) a tlak P. Navier-Stokesove rovnice opisujú ako sa mení rýchlosť v čase a nadväzuje na zmeny rýchlosti a tlaku v priestore [1].

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial x}+Re\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial y}+Re\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{\partial P}{\partial z}+Re\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0.$$

Termín Re v rovniciach sa nazýva Raynoldsovo číslo. Je nízke, ak je kvapalina lepkavá (ako melasa) a vysoké, ak je kvapalina ako vzduch alebo voda. Čo je pozoruhodné, že tie isté rovnice opisujú pohyby vody v šálke kávy, evolúciu hurikánu, správanie sa oceánskych prúdov a udalosti v atmosfére Jupitera [1].

Nanešťastie je tu aj jedna zlá správa. Jedna časť zlej správy je, že Navier-Stokesove rovnice sú veľmi veľmi ťažko riešiteľné. My vieme iba pár exaktných častí riešení [1].

Veľmi veľa práce bolo vynaloženej na nájdenie aproximovaných riešení, ktoré sú užitočné na riešenie dôležitých fyzikálnych situácií. Našťastie je možné napísať počítačový program, ktorý môže nájsť numerické riešenia týchto rovníc. Sú to výpočtové programy tých druhov, ktoré sa používajú v meteorológii na pomoc pri predikcii počasia, v dizajne lietadla a auta, na štúdium toku krvi, analýzu dôsledkov znečistenia, štúdia vnútra hviezd, výpočet klimatických zmien [1].

Ďalšia časť zlej správy je, že tieto programy nedokážu vyriešiť fenomén zvaný turbulencia. Žiadny počítačový program nedokáže presne simulovať toto správanie a v súčasnosti máme iba hrubé aproximácie. Aproximácie nie sú zlé (dávajú chybu okolo 20%) [1].

V matematike môžeme nájsť rovnice, ktoré nemajú riešenie. Napríklad, pred objavením záporných čísel, rovnica tvaru $x+1=0$ nemala riešenie. Gréci si mysleli, že všetky čísla sa dajú vyjadriť ako racionálne čísla a aké bolo ich prekvapenie, keď objavili rovnicu $x^2=2$. Podobne, ak poznáte iba reálne čísla, nie je možné vyriešiť rovnicu $x^2= -1$ [12].

Či existuje alebo neexistuje riešenie to je otázka, ktorej odpoveď sa nedozvieme tak skoro.

5 ZÁVER

Moja rada, ak niekto si trúfa prelomiť, čo len jeden z problémov, urobte to! Pamätajte si, že problémy, ktoré nám Gréci nechali, boli zodpovedané 21 ročným matematikom. Matematika nás môže urobiť slávnymi a bohatými a odomkne nám dvere do veľkého množstva čísel.

Literatúra:

1. BUDD, CH. a SANGWIN,C. (2001) *Mathematics Galore!*, Oxford University Press
2. CONWAY, J.H. a RICHARD K (1997):*The Book of Numbers*, Guy. Springer Verlag.
3. DEHAENE, S. (1997): *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press.
4. GUEDJ, D. (1998):*Numbers: The Universal Language*, Harry N. Abrams.
5. GUILLEN, M. (1996): *Five Equations That Changed the World: The Power and Poetry of Mathematics*, Hyperion.
6. GULLBERG, J a HILTON, P. (1997): *Mathematics: From the Birth of Numbers*, W.W. Norton.
7. HOFFMAN, P. (1997):*Archimedes' Revenge: The Joys and Perils of Mathematics,*. Ballantine.

8. KILPATRICK,J., SWAFFORD,J., FINDELL,B., (Eds) (2001) *Adding it up: Helping Children Learn Mathematics* National Academy Press.
9. MOKRIŠ, M. (2003): *Analýza kvantity matematických vedomostí po absolvovaní predmetu úvod do štúdia matematiky.* In: Zborník príspevkov z medzinárodnej konferencie: „Príprava učiteľov elementeristov v novom storočí". Pedagogická fakulta PU v Prešove.
10. PAULOS, J.A. (1992):*Beyond Numeracy: Ruminations of a Numbers Man*. Vintage Books.
11. PRÍDAVKOVÁ, A. (2003): *Ananlógia, tvorivosť a fantázia v žiackych riešeniach.* In: Zborník príspevkov z vedeckej konferencie s medzinárodnou účasťou: „Od činnosti k poznatku". Fakulta pedagogická ZČU v Plzni.
12. SINGH, S.(1998):*Fermat's Enigma: The Epic Quest to Solve the World's Greatest Mathematical Problem*, Bantam.
13. SCHOLTZOVÁ, I. (2002): *Diskrétna matematika v matematike základnej školy.* In: Acta Paedagogicae Annus II. Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Presoviensis. Prešov.
14. STEWART, I. (1998): *The Magical Maze: Seeing the World Through Mathematical Eyes*, Wiley.

Adresa autora: Adriana Štieberová, Katedra matematiky Pedagogickej fakulty PU, Ul. 17. novembra 15, 08116 Prešov; e-mail:astieber@unipo.sk