

Historické fakty vo vyučovaní matematiky

Alena Vagaská

ABSTRACT: The contribution deals with an effective using of historical material in the everyday teaching of mathematics.

1. ÚVOD

Spoločnosť a postavenie človeka v nej sa v posledných rokoch zásadne menia v dôsledku výrazných politických zmien a zmien v oblasti vedy, techniky, ekonomiky, výroby, kultúry atď. Na jedinca v spoločnosti sú kladené zvýšené nároky, ktoré si paralelne vyžadujú kvantitatívne a kvalitatívne zmeny vo výchove a vzdelávaní. Škola musí vychovať človeka, ktorý bude flexibilný, schopný efektívne a konštruktívne riešiť problémy, schopný nájsť si miesto v spoločnosti tak, aby žil plnohodnotne. Je zrejmé, že výchova a vzdelávanie potrebuje reformu.

Transformáciu súčasného školstva treba realizovať nielen pod vplyvom zmien, ktorými spoločnosť už prešla, ale aj so zreteľom na zmeny, ktoré sa v 21. storočí ešte len predpokladajú a očakávajú (prechod k informačnej spoločnosti, prudký vedecko-technický rozvoj, globalizácia ekonomiky...). Tieto budú totiž ešte významnejšie, rozsiahlejšie a s väčšími dôsledkami ako zmeny v priebehu celého posledného tisícročia (4).

Vzhľadom na spomínané skutočnosti a na pripravovaný vstup Slovenskej republiky do Európskej únie, čo prinesie so sebou niekoľko dôsledkov (1), aj vo vyučovaní matematiky nastávajú zmeny a to na všetkých stupňoch vzdelávania: začína sa klásť dôraz na požiadavky praxe, na posilnenie trendu aplikačných príkladov, experimentálnych úloh, na rozvoj tvorivosti a tímovej práce, na väčšiu aktivitu a samostatnosť študentov.

2. Motivácia vo vyučovaní matematiky

Na našich základných, stredných a najmä vysokých školách prevláda informatívno-receptívne, tzv. tradičné vyučovanie. Učitelia odovzdávajú mnohokrát učivo (informácie, poznatky) v hotovej, ucelenej, konečnej podobe študentom a tí sú len pasívni prijímatelia. Ak chceme na hodinách matematiky viac aktivizovať študenta, viesť ho k väčšej samostatnosti a tvorivosti, aby dokázal byť samostatný a tvorivý aj pri riešení problémov v iných predmetoch alebo neskôr v zamestnaní, je potrebné študentov viac motivovať. Motivácia matematickej činnosti je popri expozícii, fixácii, aplikácii a klasifikácii dôležitou fázou matematicko-pedagogického procesu. Motív je pohnútkou ľudského jednanja. Bez motivácie by bolo vyučovanie matematiky preteoretizované, formálne a nudné.

Výkony študentov sú determinované okrem ich schopností, stupňa vývinu, zdravotného stavu a vôle aj od vhodnej motivácie učiva; treba pritom využívať všetky formy motivácie (motiváciu matematickými úlohami, motiváciu rozhovorom, motiváciu historickými poznámkami, motiváciu s akcentom na medzipredmetové vzťahy). Z výskumov vyučovacieho procesu vyplýva, že pri nulovej motivácii je aj nulový výkon. Lepšie učebné výsledky a menej problémov pri štúdiu má ten žiak, ktorý sa učí so záujmom, pretože len vtedy dokáže tomu venovať dostatok času a energie. Preto je vytváranie záujmu o matematiku a žiadúcich postojov k jej štúdiu u žiakov dôležitou úlohou vyučovacieho procesu, ale aj podmienkou jeho úspešnosti a efektívnosti. Záujem veľmi úzko súvisí s motiváciou - veď sám o sebe je motívom a možno ho vyvolať vhodnou motiváciou. Nízka motivácia má za následok nezáujem o učivo matematiky. Platí to nielen pre základné a stredné, ale aj pre vysoké školy. Veď prekročením prahu dospelosti predsa nestrácame potrebu byť motivovaní.

Na základe výskumov, ktoré som realizovala v rokoch 1992-1993 na Gymnáziu v Bardejove (2) a v roku 2002 na Fakulte výrobných technológií TU v Košiciach so sídlom v Prešove, som okrem iných dôležitých skutočností zistila aj to, že študenti najčastejšie vidia príčiny problémov učenia sa matematiky v nedostatočnom záujme, v nízkej motivácii. Na spomínanom gymnáziu v rámci písomnej anonymnej ankety na otázku *Prečo robí geometria žiakom problémy?* až 31 % z 200 respondentov (120 tretiakov a 80 štvrtákov) odpovedalo v tom zmysle, že geometria je nezaujímavý a nudný predmet a že o obľúbenosti predmetu rozhoduje najviac učiteľ.

Aj študenti 3. a 4. ročníka FVT v rámci výskumu realizovaného dotazníkovou metódou, ktorý bol zameraný na zisťovanie postojov študentov na vyučovanie matematiky na FVT, vyjadrovali nespokojnosť

s nízkou motiváciou na hodinách matematiky. Zo 116 respondentov 29,3 % vyčítalo absenciu motivačných a aplikačných úloh.

3. Niektoré historické fakty vo vyučovaní matematiky

Vyššie spomínané výsledky výskumov podčiarkli dôležitosť motivácie. Z motivačného hľadiska nemožno zanedbať podiel historických faktov vo vyvolávaní záujmu o matematiku. História vždy priťahovala mladých ľudí, ktorí radi počúvajú o velikánoch vedy. Žiak si skôr a pevnejšie osvojí učivo, ak pozná okolnosti vzniku pojmov a faktov, ktoré sa v učive sprístupňujú. Tomu napomáhajú krátke historické poznámky, ktoré majú byť pútavé obsahom a formou a prihliadajúce na psychické osobitosti žiakov. Niektoré zaujímavé fakty spojené so zrodom a vývojom geometrie, vrátane poučení pre matematicko-pedagogický proces som prezentovala v rigoróznej práci Geometria z pohľadu histórie. V tejto práci je k dispozícii materiál použiteľný pri príprave vyučovacieho procesu a v samotnom vyučovacom procese. Z uvedeného materiálu ako ukážku vyberám niekoľko myšlienok.

Porovnajme znalosť čísla π u Egyptanov a Babylončanov. V pojme čísla π sú obsiahnuté tri myšlienky:

1. pomer obvod : priemer = π_1 nezávisí od veľkosti kruhu,
2. pomer obsah kruhu: obsah štvorca kruhu opísaného = π_2 tiež nezávisí od veľkosti kruhu,
3. $\pi_1 = 4\pi_2$.

Egyptania poznali myšlienky 1. a 2. ale nepoznali myšlienku 3. Túto poznali len Babylončania. Preto bola ich znalosť úspešnejšia.

V tejto súvislosti sa pozrime na metodiku vysvetľovania čísla π na základnej škole, ak žiaci ešte o čísle π nepočuli. Nestačí žiakom iba povedať, že existuje dôležité číslo $\pi = 3,14$, pomocou ktorého môžeme vypočítať obvod aj obsah kruhu, ak poznáme jeho priemer a potom to na príkladoch ukázať, ako sa obvod a obsah počíta. Uvedený spôsob nerešpektuje mechanizmus poznávacieho procesu. Potom je takéto poznanie formálne a výusťuje do toho, že aj študenti na vysokej škole nevedia, odkiaľ sa tá hodnota π vzala, čo vyjadruje. Napr. prváci na FVT, ktorých som sa na číslo π pýtala, to tiež nevedeli. Jeden z nich na túto otázku so smiechom povedal: „Hodnotu π poznáme predsa z kalkulačky“. Iní odpovedali, že to súvisí nejako s pyramídami, ale ako, netušia, snád sa podľa π určoval vrchol pyramídy, tvrdili niektorí. Zo 60 opýtaných žiakov to vedel iba jeden žiak, aj to nie celkom presne. Povedal, že sa mu zdá, že číslo π vyjadruje pomer, kde vystupuje priemer kruhu, ale to druhé nevie...

Aby sme predišli takýmto formálnym vedomostiam, je potrebné vylepšiť metodiku zavádzania čísla π do učiva geometrie. Formálnosť je najzávažnejšia choroba matematických znalostí žiakov i študentov.

Na vylepšenie metodiky pri zavádzaní čísla π odporúčam zájsť si do histórie a skúsenosti v rámci fylogenézy využiť aj v ontogenéze.

Starí Egypťania počítali, že obvod kružnice je dlhší než priemer 3,16 ráz a Babylončania 3,12 ráz, kým správny vzťah je 3,14159... Egypťania, Babylončania a neskôr aj Rimania určili pomer dĺžky obvodu k priemeru nie presným geometrickým výpočtom ako neskorší matematici, ale našli ho jednoducho pokusom - obtiahli okrúhlu vec nitkou a potom nitku narovnali a jednoducho ju odmerali. A porovnali obvod a priemer danej veci. Je jasné, že takýto spôsob nedá presný výsledok. Predstavme si napríklad kvetináč s okrúhlym dnom priemeru 100 mm. Dnes vieme, že dĺžka obvodu musí byť 314 mm. Avšak v praxi pri meraní trebárs nitkou sotva dostaneme túto dĺžku - stačí sa pomýliť len o 1 mm a vtedy π bude 3,13 alebo 3,15. A ak vezmeme do úvahy, že ani priemer neodmeriame celkom presne, tak pre π vychádzajú dosť široké hranice medzi $\frac{313}{101}$ a $\frac{315}{99}$, t. j. medzi 3,09 a 3,18. V súvislosti s tým lepšie chápeme, prečo starý svet nepoznal správny pomer dĺžky obvodu k priemeru a bolo treba si počkať na geniálneho Archimeda, ktorý našiel $\pi = 3\frac{1}{7}$ bez merania, iba úvahou.

Avšak takéto meranie je vhodnou motiváciou pre žiakov. Žiaci môžu na hodine merať obvody a priemery kruhových objektov (kvetináče, poháre, ...), doma majú možnosti viac, tak môžu pokračovať. Ak si výsledky zaevidujú do tabuľky, môžu pomocou nej tipovať, aký bude obvod, ak poznajú priemer alebo naopak. Na základnej škole je tento spôsob uvedený aj v učebnici, no nevyužíva to každý učiteľ. Ak žiaci z tabuľky už poznajú približnú hodnotu π , potom môžeme spomenúť históriu upresňovania čísla π . Dnes aj my vieme, že Archimedovo číslo $\pi = 3\frac{1}{7}$ nie je celkom presné a dokonca vieme, že tento pomer obvod: priemer vôbec nemôže byť vyjadrený presným zlomkom, pretože je to číslo iracionálne, s neukončeným desatinným rozvojom. Holandský matematik 16. storočia Ludolf van Ceulen v Leidene mal trpezlivosť vypočítať číslo π na 35 desatinných miest:

$$\pi = 3,14159265358979323846264338327950288\dots$$

Preto sa niekedy toto číslo nazýva Ludolfovo číslo.

Ludolf v závete vyslovil pranie, aby mu vytesali hodnotu π na náhrobku. Akýsi Schenks uverejnil r. 1873 hodnotu čísla π so 707 desatinnými miestami, avšak v r. 1946 - 1947 Ferguson a nezávisle od neho Wrench vypočítali π až na 808 desatinných miest a potešilo ich, že u Schenksa

objavili chybu od 528. miesta. Pre potreby školy stačí poznať $\pi = 3,14$ a pre prax úplne stačí $\pi = 3,1415926$. V rigoróznej práci uvádzam aj pár zaujímavých úloh, v ktorých sa využíva konštanta π a ktorými je možné spestriť vyučovanie matematiky.

Záver

Historické poznámky súvisiace s číslom π sú ukážkou z rigoróznej práce, ktorá obsahuje veľa podnetného materiálu, využitím ktorého je možné prispieť ku zvýšeniu efektívnosti vyučovania matematiky.

*"Najdôležitejšie umenie učiteľa je,
aby vzbudil radosť z tvorenia a poznávania."*

A. Einstein

Literatúra:

1. Beňo, M. a kol.: *Slovenská škola na prahu 3. tisícročia*. Bratislava: ÚIPŠ, 1997, ISBN 80-7098-149-0, str. 63-66
2. Macejová, A.: *Prečo robí geometria žiakom gymnázia problémy?* (Diplomová práca), Prešov: Katedra matematiky Pdf - UPJŠ, 1993
3. Popp, W.: *History of Mathematics: Topics for Schools*. England: The Open University Press, 1974. ISBN 0335 00 248 X
4. Turek, I.: *Kapitoly z didaktiky vysokej školy*. Košice: KIP TU v Košiciach, 1998. ISBN 80-7099-322-7
5. Vagaská, A.: *Geometria z pohľadu histórie* (Rigorózna práca). Nitra: FPV UKF, 2001

Adresa autora:

PaedDr. Alena Vagaská

Technická univerzita v Košiciach, Fakulta výrobných technológií v Prešove

Katedra informatiky, matematiky a fyziky

Plzenská 10, 080 01 Prešov

Tel.: ++421 +51 772 39 31, Fax: ++421 +51 773 34 53

E-mail: vagaska.alena@fvt.sk