

## Vytváranie databázy úloh

Ingrid Mind'áková, Dušan Šveda

*ABSTRACT: The paper shows a way of classification the existing mathematical exercises and their insertion into electronic database. The textbooks and the books commonly used in schools were analysed and it was found out that these books do not contain mathematical problems needed to form complete systems of mathematical exercises. In this paper we describe four methods of reformulation of mathematical problems used to create the missing problems .*

Úlohy a ich riešenie je základným obsahom vyučovania matematiky. Úlohy sa využívajú vo všetkých fázach vyučovacieho procesu. Výber primeraných úloh môže prispieť ku skvalitneniu motivácie učebnopoznávacej činnosti žiakov a zefektívniť sprístupňovanie, osvojovanie a upevňovanie učiva. Tvorivý učiteľ vyhľadáva úlohy v rôznych učebniciach matematiky a zbierkach úloh. Existujúce zbierky úloh sú statické a väčšinou ponúkajú výber úloh iba podľa jedného kritéria - témy. Aj informačné technológie prinášajú v tomto smere nové možnosti.

Cieľom nášho príspevku je priblížiť čitateľovi vytváranú zbierku úloh ako databázu, v ktorej sú úlohy zaraďované podľa viacerých kritérií. Zároveň chceme poukázať na možnosť vytvárania úloh, ktoré majú plniť požadované funkcie vo vyučovaní.

Úlohy sú do tejto zbierky zaraďované podľa 4 kritérií:

- a) **Téma**, ku ktorej úloha patrí. Podľa témy sa úlohy zaraďujú v každej zbierke a učiteľ pri príprave na vyučovaciu hodinu najčastejšie vyhľadáva úlohy podľa témy.
- b) **Element učiva**, ku ktorému sa úloha vzťahuje. V učive matematiky možno rozlíšiť tri základné elementy učiva: matematické pojmy, vety a postupy riešenia úloh.
- c) **Didaktická funkcia**, ktorú úloha plní. Z hľadiska plánovacej činnosti učiteľa považujeme za najdôležitejšie triedenie úloh práve podľa didaktickej funkcie. Pri zostavovaní postupnosti úloh na vyučovaciu hodinu je potrebné vychádzať zo štruktúry poznávacieho procesu. Tieto požiadavky možno vyjadriť

pomocou didaktických funkcií. Rozlišujeme nasledujúce didaktické funkcie ([1], s. 7-11):

- 1) *úlohy na motiváciu učebnopoznávacej činnosti,*
  - 2) *úlohy na aktualizáciu skôr osvojeného učiva,*
  - 3) *prípravné úlohy,* ktoré predchádzajú
    - a) *vyssloveniu definície pojmu,*
    - b) *vyssloveniu matematickej vety,*
    - c) *riešeniu základných úloh daného postupu riešenia,*
  - 4) *úlohy na osvojenie definície pojmu, formulácie vety a postupu riešenia,*
  - 5) *úlohy na upevňovanie učiva,*
  - 6) *úlohy na aplikáciu učiva mimo matematiky,*
  - 7) *úlohy na aplikáciu učiva vo vnútri matematiky,*
  - 8) *úlohy propedeutického charakteru k nasledujúcim elementom učiva v tematickom celku,*
  - 9) *úlohy na opakovanie a systemizáciu učiva.*
- d) **Poznávacia úroveň**, ktorú úloha rozvíja. Podľa M. Zelinu [2] môžeme myšlienkové operácie a poznávacie procesy usporiadať:
- 1) *vnímanie,*
  - 2) *pamäť,*
  - 3) *nižšie kognitívne procesy,*
  - 4) *vyššie kognitívne procesy,*
  - 5) *hodnotiace myslenie,*
  - 6) *tvorivé, divergentné myslenie.*

Zaradenie úlohy najmä podľa posledných dvoch kritérií je relatívne subjektívne. Často závisí od prístupu učiteľa k organizácii učebnopoznávacej činnosti žiakov. Daná úloha môže byť zaradená k viacerým témam, elementom učiva, didaktickým funkciám a poznávacím úrovniam. Viacnásobný výskyt úlohy pri výbere úloh zo zbierky považujeme za veľký prínos oproti klasickým zbierkam úloh, v ktorých sa úloha vyskytuje iba raz. Našou snahou je zaradiť úlohy k všetkým vhodným témam, elementom učiva, didaktickým funkciám a poznávacím úrovniam. Týmto spôsobom chceme učiteľovi navrhnúť možnosti využitia jednej úlohy v rôznych fázach vyučovacieho procesu pri odlišných elementoch učiva. Metódy zaradovania úloh do zbierky opíšeme na nasledujúcej úlohe:

**Úloha 1:** Pozemok obdĺžnikového tvaru s rozmermi 44 metrov a 24 metrov je rozdelený dvoma navzájom kolmými cestami (rovnako širokými) rovnobežnými so stranami pozemku. Zostávajúca časť pozemku je záhrada, ktorej obsah je sedem osmín obsahu celého pozemku. Určte šírku ciest.

Danú úlohu môžeme zaradiť v rámci témy *Kvadratické rovnice a nerovnice* k dvom elementom učiva. Ak máme na zreteli metódu riešenia úlohy, možno ju zaradiť k elementu učiva *Kvadratické rovnice*. Vzhľadom na formuláciu úlohy je možné ju zaradiť k elementu učiva *Slovné úlohy*. Zaradenie k didaktickým funkciám vyplýva z postupu pri vyučovaní. Ak žiaci nepoznajú metódy riešenia kvadratických rovníc, môže táto úloha slúžiť na *motiváciu poznávacej činnosti žiakov*. Ak už žiaci ovládajú postup riešenia kvadratickej rovnice, možno úlohu použiť na *upevňovanie učiva*. Keďže spomínaná úloha je slovná úloha z praxe, tak úloha môže plniť aj didaktickú funkciu *aplikácia učiva mimo matematiky*. Pri svojom riešení úloha vyžaduje použitie poznatkov získaných pri štúdiu viacerých elementov učiva, tak môže slúžiť aj na *opakovanie a systemizáciu učiva*.

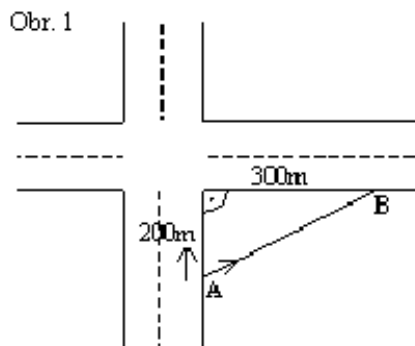
**Úlohu 1** možno zaradiť aj k téme *Štvoruholníky a mnohoúhelníky* k elementu učiva *Obvody a obsahy štvoruholníkov*, pretože v úlohe treba vypočítať výmeru pozemku. Pri tomto elemente učiva plní úloha tie isté didaktické funkcie ako pri predchádzajúcej téme.

Pri zaradení k *motivačným úlohám* rozvíja táto úloha vyššie konvergentné procesy, ale ak je zaradená k *úlohám na opakovanie a systemizáciu učiva*, t.j. už sa riešili úlohy podobného typu, tak rozvíja nižšie konvergentné procesy.

Na prvý pohľad komplikovaný systém zaraďovania úloh umožňuje využiť široký potenciál úlohy, ktorý v sebe každá úloha má. Pri systematickom dopĺňovaní úloh do zbierky a kompletizácii podľa elementov učiva a didaktických funkcií sme narazili na niekoľko problémov. Asi najväčší z nich je nedostatok úloh vhodných z hľadiska celej škály didaktických funkcií a poznávacích úrovní. Chýbajúce úlohy sú vytvárané preformulovaním už existujúcich úloh alebo vytváraním nových úloh. Skompletizovali sme 4 metódy preformulovania úloh. Každú metódu preformulovania úloh ilustrujeme na vhodnej úlohe:

### 1) Zmena podmienky v zadaní úlohy

**Úloha 2:** Zo zastávky A ide autobus na zastávku B (obr. 1). Dobehe chlapec tento autobus, ktorý mu ušiel v mieste A, keď autobus ide priemernou rýchlosťou 36 km/hod a chlapec beží skratkou rýchlosťou 10,8 km/hod?



Zaradenie **úlohy 2** do zbierky je nasledovné:

**Téma:** *Trojuholník*

**Element učiva:** *Euklidove a Pytagorova veta*

**Didaktická funkcia:** *motivačné úlohy*

*úlohy na upevňovanie učiva*

*úlohy na aplikáciu učiva mimo matematiky*

**Poznávacia úroveň:** *nižšie konvergentné procesy*

*vyššie konvergentné procesy*

Ako sa zmení zaradenie úlohy podľa zvolených kritérií, ak by v úlohe nebola podmienka, že cesty sú na seba kolmé? Úlohu už nemožno riešiť pomocou Pytagorovej vety, ale treba použiť kosínusovú vetu, teda zaradenie úlohy je takéto:

**Téma:** *Trigonometria*

**Element učiva:** *Sínusová a kosínusová veta (riešenie všeobecného trojuholníka)*

**Didaktická funkcia:** *motivačné úlohy*

*úlohy na upevňovanie učiva*

*úlohy na aplikáciu učiva mimo matematiky*

**Poznávacia úroveň:** *nižšie konvergentné procesy*

*vyššie konvergentné procesy*

## 2) Dopĺňanie podmienky do zadania úlohy

**Úloha 3:** Načrtnite graf funkcie  $f : y = |-x^2 + 2|x| + 1|, D(f) = \mathbb{R}$ .

Úloha je zaradená do databázy nasledovne:

**Téma:** *Kvadratická funkcia*

**Element učiva:** *Grafy kvadratických funkcií (aj s abs. hod.), čítanie z grafu*

**Didaktická funkcia:** *úlohy na upevňovanie učiva*

*úlohy na opakovanie a systemizáciu učiva*

**Poznávacia úroveň:** *nižšie konvergentné procesy*

*vyššie konvergentné procesy*

Ak by sa do zadania úlohy doplnila veta: „Pre ktoré  $p \in \{-3; 0; 0,7; 1; 1,4; 2; 5\}$  má rovnica  $|-x^2 + 2|x| + 1| = p$  jedno, dve, štyri, päť, šesť alebo žiadne riešenie?“, tak úloha plní pri elemente učiva *Grafy kvadratických funkcií (aj s abs. hod.), čítanie z grafu* okrem spomínaných funkcií aj *propedeutickú* funkciu k elementu učiva *Rovnice a nerovnice s parametrom* v téme *Kvadratické rovnice a nerovnice*. Poznávacie schopnosti, ktoré rozvíja úloha, sa nezmenili.

## 3) Zámena podmienky v zadaní úlohy

**Úloha 4:** Daná je funkcia  $f : y = a^x, D(f) = R$ , kde  $a > 0, a \neq 1$  a dva body  $[x_1; y_1], [x_2; y_2]$ , ktoré ležia na jej grafe. Ukážte, že na ňom leží aj bod  $\left[ \frac{1}{2}(x_1 + x_2); \sqrt{y_1 + y_2} \right]$ .

Úloha má v zbierke nasledovné zaradenie:

**Téma:** *Exponenciálna a logaritmická funkcia*

**Element učiva:** *Grafy exponenciálnych funkcií, čítanie z grafu*

**Didaktická funkcia:** *úlohy na upevňovanie učiva*

**Poznávacia úroveň:** *nižšie konvergentné procesy  
vyššie konvergentné procesy*

Ak by sa v **úlohe 4** zamenila podmienka „ležia na grafe funkcie“ za podmienku "vyhovujú rovnici funkcie", tak **úlohu 4** možno preformulovať na **úlohu 5:**

**Úloha 5:** Daná je funkcia  $f : y = a^x, D(f) = R$ , kde  $a > 0, a \neq 1$  a dva body  $[x_1; y_1], [x_2; y_2]$ , ktoré vyhovujú rovnici funkcie. Ukážte, že aj bod  $\left[ \frac{1}{2}(x_1 + x_2); \sqrt{y_1 + y_2} \right]$  vyhovuje rovnici danej funkcie.

V zadaní úlohy nebol spomenutý pojem graf funkcie, tak úloha je zaradená k elementu učiva *Definícia exponenciálnej funkcie,  $D(f)$ ,  $H(f)$*  v rámci témy *Exponenciálna a logaritmická funkcia*. Úloha plní rovnaké didaktické funkcie a rozvíja tie isté poznávacie úrovne ako pri elemente učiva *Grafy exponenciálnych funkcií, čítanie z grafu*.

#### **4) Zmena fabuly úlohy**

**Úloha 6:** Jedným prívodom sa naplní bazén za 12 hodín a druhým za 8 hodín. Za aký čas sa naplní bazén, ak bude napĺňaný oboma prívodmi?

Daná úloha je zaradená v zbierke nasledovne:

**Téma:** *Rovnice a nerovnice s neznámou menovateľa*

**Element učiva:** *Jednoduché rovnice a nerovnice (úprava na lineárnu a kvadratickú rovnicu)*

**Didaktická funkcia:** *motivačné úlohy*

*úlohy na upevňovanie učiva*

*úlohy na aplikáciu učiva mimo matematiky*

**Poznávacia úroveň:** *nižšie konvergentné procesy  
vyššie konvergentné procesy*

Namiesto **úlohy 6** možno zadať na vyučovaní aj úlohy s inými námetmi:

**Úloha 7:** Z miesta A do miesta B vybehne bežec. V tom istom okamžiku vyštartuje z miesta B oproti bežcovi cyklista. Po akom čase sa stretne bežec s cyklistom, keď bežcovi trvá ubehnutie úseku z A do B 12 minút a cyklistovi trvá cesta z B do A 8 minút?

**Úloha 8:** Jedna kravička by zožrala kopy sena za 12 minút a druhá kravička za 8 minút. Za aký čas zožerú túto kopy sena obe kravičky spoločne?

**Úloha 9:** Za aký čas zorú pole spoločne dvaja traktoristi, keď prvý z nich by sám zorol toto pole za 12 hodín a druhý za 8 hodín?

Všetky štyri úlohy je možné vyriešiť tou istou rovnicou s neznámou v menovateli, teda zaradenie nových úloh v zbierke je rovnaké ako zaradenie **úlohy 6**. Toto preformulovanie úlohy síce nezmenilo zaradenie úlohy v zbierke, ale je prínosom pre lepšie pochopenie podstaty úlohy, pretože tá istá úloha s novým námetom je pre niekoho prístupnejšia.

Vytváraná zbierka úloh ako databáza je realizovaná v prostredí PHP a databázy SQL. Je optimalizovaná pre prehliadač Internet Explorer. Po zaregistrovaní sa ako používateľ, resp. správca, možno pokračovať výberom, vkladáním alebo modifikovaním úloh.

Zbierka úloh z matematiky je prístupná na internetovej adrese <http://kma07.science.upjs.sk/zbierka/>. Čitateľ môže prispieť do zbierky úloh, ak zašle úlohu aj s návrhom na jej zaradenie do zbierky na adresu [mindakov@science.upjs.sk](mailto:mindakov@science.upjs.sk).

#### *Literatúra:*

1. Šveda, D. : *Tvorba systémov úloh v matematike*. MC Prešov 1992
2. Zelina, M. : *Tvorivosť v matematike. Metodický materiál*, Bratislava 1990

RNDr. Ingrid Mindáková, Doc. RNDr. Dušan Šveda, CSc.  
Prírodovedecká fakulta Univerzity Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach  
Ústav matematických vied, Jesenná 5, 041 54 Košice, SR,  
E-mail: [mindakov@science.upjs.sk](mailto:mindakov@science.upjs.sk), [sveda@science.upjs.sk](mailto:sveda@science.upjs.sk)