

# PLÁŠTE TELIES

**Božena Koreňová**

Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie,  
Drevárska fakulta Technickej univerzity vo Zvolene  
Masarykova 24, 960 53 Zvolen  
e-mail : [korenova@vsld.tuzvo.sk](mailto:korenova@vsld.tuzvo.sk)  
[korenova.bozena@post.sk](mailto:korenova.bozena@post.sk)

*ABSTRACT: The article deals with the importance and the impact of geometry on the intellectual growth of the youth. It also presents practical examples for the development of creative thinking.*

## 1. ÚVOD

Téma príspevku priamo naväzuje na myšlienky uvedené a rozpracované v článkoch [1], [2], [5] – [9], v ktorých sa poukazuje na krízu vo výuke matematiky i geometrie a hľadajú sa spôsoby, ako odstrániť existujúce nedostatky. V nasledujúcich riadkoch sústredíme pozornosť na to, čím by mohla a teda i mala geometria prispieť k rozvoju intelektuálnych schopností mladého človeka. Tému rozdelíme na tri časti - v prvej rozoberieme **motívy a podnety**, ktoré nás donútili zamyslieť sa nad obsahom a poslaním výuky geometrie, v druhej sformulujeme **pedagogické ciele**, ktoré z toho vyplývajú a tretia časť bude obsahovať **súbor príkladov z rovinatej a priestorovej geometrie**, ktorý názorne ukazuje, ako by sme mohli učiť geometriu, ak chceme z detí vychovať kreatívne osobnosti. Podotýkame, že tomuto článku a týmto úvahám predchádzala vyše 20-ročná pedagogická prax na ZŠ, SŠ i VŠ. Bola to práca s deťmi, ktoré netúžili po úspešnej vedeckej dráhe matematika, či geometra, a dokonca ani ich rodičia, no ktoré mali a majú neodškriepiteľné právo dostať zmysluplné, praktické a užitočné informácie o geometrii tohto sveta, o geometrii priestoru.

## 2. MOTÍVY A PODNETY

- *Nastal kapitalizmus*, t.j. trhové hospodárstvo a pre nás učiteľov to znamená, že nám nikto nebude vnucovať prácu, závery nijakého zjazdu strany nedonútia deti k tomu, aby sa venovali činnosti, ktorá ich nebaví, ktorej nerozumejú a ktorú nevedia v praktickom živote použiť a aplikovať. Vzbudiť záujem verejnosti o náš predmet je výhradne v našich rukách a v našej kompetencii. Spoločnosť má právo rozumieť tomu, čomu sa venujeme a za čo nás financuje. Ak budeme málo agresívni a ešte menej kreatívni ako sme, môžeme prísť aj o tie počty vyučovacích hodín, ktoré nám zatiaľ veľkoryso ponechali.
- *Je čas explózie informácií*, zo všetkých strán sa na nás valia chaotické a nesúvislé súbory aktuálnych správ, poznatkov, no len máloktorá kniha, časopis, rečník, nás núti zamyslieť sa nad príčinami a dôsledkami javov. Na hľadanie súvislostí a rozvoj kreatívneho myslenia proste niet času..... A zrazu sa objaví kniha, ktorá spochybní akékoľvek teórie, výsledky experimentov, ktorá upozorní na ohraničenosť a nedôslednosť nášho vnímania a poznávania sveta, pretože hmota, priestor, energia, ale i čas, fungujú podľa takých zákonov, ktoré nie sme schopní nikdy dokonale poznať a pochopiť ( [4] ).
- *Načo je nám matematika a geometria ?* Otázka tisíckrát nahlas vyslovená, no ešte častejšie zatajená v kútiku duše. Keď nevieme zmysluplne odpovedať, staviame si okolo seba nedobytné hradby, ktoré izolujú nielen nás, ale i predmet nášho vedeckého záujmu a široká verejnosť naše požiadavky ignoruje. Ak však chceme túto otázku zodpovedať a uspokojiť seba i iných, musíme sa poobzerať okolo a nájsť prítomnosť našej vedy vo všetkých oblastiach činnosti človeka. Niekde je to ľahké, inde nie. Občas si nevieme rady a vtedy sme nútení požiadať o pomoc iných, ktorí nám pomôžu pochopiť princípy tvorby a poznávania v iných vedných odboroch, činnostiach, v umení, v remesle, v obchode. A tak sme v záujme zachovania nášho života i života matematiky a geometrie *odsúdení ku komunikácii a k spolupráci s odborníkmi z iných oblastí ľudskej činnosti*. A bolo tomu niekedy inak ?

## 3. PEDAGOGICKÉ CIELE

V tejto časti uvedieme tie vlastnosti a schopnosti, ktoré chceme v mladých ľuďoch vypestovať. Pedagogické ciele rozdelíme štandardne na dva typy – *výchovné* a *vzdelávacie*, i keď o presnej hranici medzi nimi možno oprávnene pochybovať. *Realizácia cieľov* sa nedá presne

vymedziť, pretože závisí od úrovne žiakov, od osobnosti, rozhl'adenosti a kreativity samotného učiteľa a preto iba upozorníme na pár osvedčených postupov.

#### *Výchovné ciele:*

- **Komunikatívnosť a sebazpoznanie** - vedieť spolupracovať, načúvať a pomenovať myšlienkové i tvorivé procesy, ktoré prebiehajú v nás i mimo nás.
- **Sebarozvíjanie** - na základe pochopenia psychologických zákonitostí vývoja ľudského jedinca vypestovať v deťoch *autoreflexiu* a *autocenzúru*, ktoré im umožnia odstraňovať vlastné omyly i nedostatky v procese poznávania a tvorby, pomôžu nachádzať skryté súvislosti javov, rozpornosť tvrdení. Dôsledkom tejto schopnosti by mala byť celoživotná potreba klásť si vlastné, zmysluplné ciele, ktorých dosahovanie bude sprevádzať prežívanie pocitov šťastia a vnútornej harmónie.
- **Kreatívnosť, kreativita** - tvorivé schopnosti jedinca využiteľné vo všetkých potrebných oblastiach činnosti človeka.
- **Precíznosť, presnosť, dôslednosť** – v myšlienkových procesoch i v manuálnej práci, zručnosť v narábaní s pojmami i s pracovnými pomôckami.

#### *Vzdelávacie ciele:*

- **Psychologické** - *poznanie* tvorivých procesov, ktoré sa dá využiť pri hľadaní nových foriem i postupov.
- **Geometrické** - *rovinné*: konštrukcia trojuholníkov, štvoruholníkov, päťuholníkov a šesťuholníkov  
- *stereometrické* : plášte telies .

#### *Realizácia cieľov:*

Okrem bežných, štandardných až schématických postupov je vhodné mnohé problémy iba načrtnúť a nevyriešiť, veľa otázok vysloviť a nezodpovedať, žiakom nechať **voľnosť pri hľadaní konštrukcií**, pomáhať im čo najmenej, viac ich počúvať ako ovplyvňovať. Mladých ľudí motivuje k práci i fakt, že sa sami dokážeme priznať k tomu, v čom sme sa zmýlili, čo sme nevyriešili a v čom sme bezradní - prebudí sa v nich túžba pomôcť nám, teda **cit spolupatričnosti**. Je dôležité si uvedomiť, že v mladých ľuďoch zanechávajú trvalejšie stopy nie informácie a hotové poznatky, ktoré im naservírujeme, ale samotný proces ich hľadania a nachádzania, inak povedané **prežívanie, precit'ovanie poznávacieho a**

*tvorivého procesu.* Deti treba **učiť procesom**, nie hotovým výsledkom cudzej práce, pričom treba **využívať prirodzenú potrebu krásy, estetického zážitku.**

#### 4. ROZVINOVANIE PLÁŠŤOV TELIES Z PAPIERA

Nasledujúcu tému možno zaradiť do ľubovoľného ročníka 2. stupňa ZŠ, je odskúšaná v 5. – 8. ročníku ZŠ ako úvodné hodiny ku *GEOMETRII* v rámci predmetu *MATEMATIKA*, no možno ju použiť i v rámci predmetu *PRACOVNÉ VYUČOVANIE* a *VÝTVARNÁ VÝCHOVA*. Na stredných školách sme ju použili na gymnáziu i odbornom učilišti v 1.ročníku, na odbornej škole výtvarného zamerania v rámci predmetu *TECHNICKÉ KRESLENIE*.

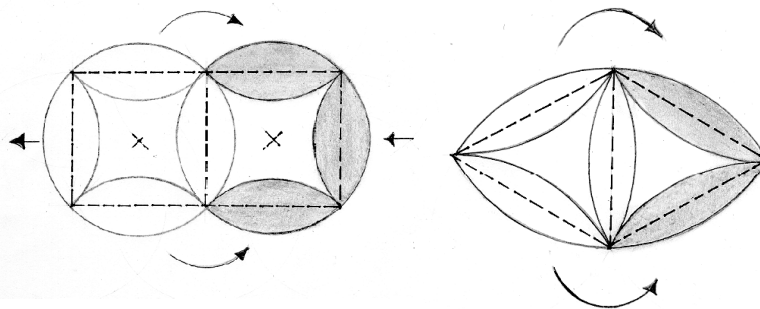
K tejto téme nás inšpirovali náhodné stretnutia s obrázkami, ktoré sme zazreli v knihe [3] - obr. 1, dosť často sa vyskytla téma prelamovania papiera a tvorba zaujímavých obmien telies v sovietskom časopise *KVANT* (nemáme informácie, kedy zanikol). Podobnej téme sa venuje na Fakulte architektúry STU v Bratislave aj *Ing. arch. Anton Vranka* pri príprave budúcich dizajnérov a architektov ([10]).

*K práci potrebujeme* rysovací papier a rysovacie pomôcky, nožnice, malý nožík na narezanie povrchu papiera, kvalitné lepidlo na papier, ak chceme farbiť povrch tak aj modelárske farby.

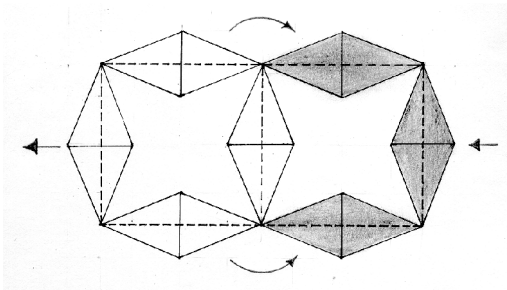
obr. 1

obr. 2

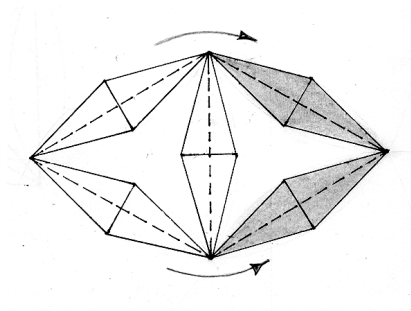
obr. 3



Na obr. 1 sú zobrazené dve telesá, uložené na sebe. Upriamime pozornosť na horné teleso, podobne by sme sa však mohli venovať dolnému, ktoré vzniklo obmenou kocky. Ak si deti osvoja princíp prelamovania, pokúsia sa vyrobiť z papiera i to dolné. Na obr. 2 je plášť horného telesa, pričom tmavé plochy sú navyše a slúžia ako lepiaca plocha - natrieme ich lepidlom a priložíme k naznačeným plochám toho istého tvaru. Pri rysovaní vychádzame zo štvorca, ktorý je narysovaný čiarkovane, stredy kružníc sú v priesečníku uhlopriečok. Ak vychádzame z rovnostranného trojuholníka, dostaneme podobné teleso - trojrohý vankúš (pomenovanie žiakov). Stredy kružníc sú vo vrcholoch



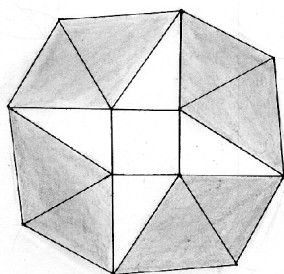
trojuholníka a tmavé plochy opäť natrieme lepidlom . Pekne nalomiť – perforovať povrch papiera po kružnici je problém, preto sme sa tomu vyhli a miesto kružníc zvolili lomenú čiaru.



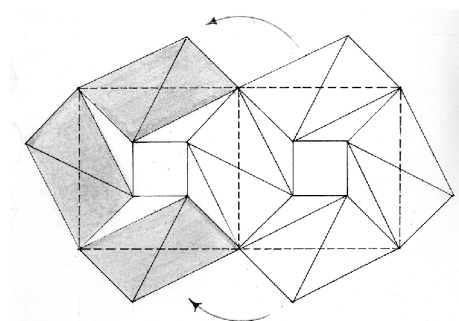
*obr. 4*

*obr. 5*

Aby papier „poslúchal“ a prelomil sa pekne podľa naznačenej línie treba po vyznačených hranách prejsť hrotom nožíka, alebo ihly. Prvé pokusy sa určite nevydaria, okrem problémov s rysovaním treba sa popasovať s narezávaním línií, s lepením ( prvých desať telies je najťažších, potom nájdeme tú správnu technológiu, no u každého je trochu odlišná a musí na ňu prísť sám ) . Tvar bočných plôch sa zmenil na kosoštvorce, ak chceme aby hrany boli zreteľné a čisté, je dobré ich vrcholy spojiť tiež hranou tak, ako je to vyznačené na obrázkoch 4 a 5 . Samozrejme, že sa opäť našiel šikovný žiak, ktorému to „nedalo“ v noci spať a vymyslel zjednodušenú prípravu plášťa a inú variantu hrán – a pozrite, čo ho napadlo:

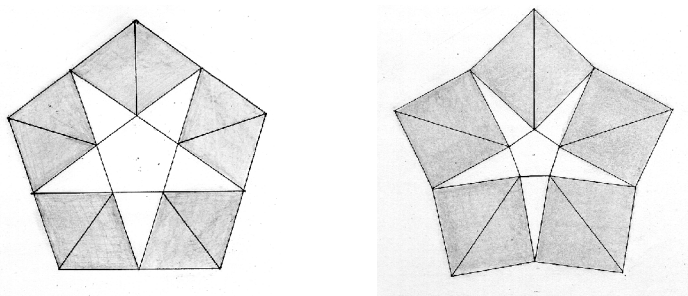


*obr. 6*

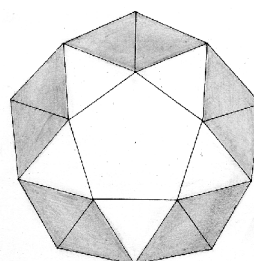


*obr. 7*

V uvažovaní dieťaťa prebehol zaujímavý proces - ušetrením jednej lepiacej plochy si zbytočne komplikujeme rysovanie. Je výhodnejšie pripraviť dve rovnaké časti plášt'a , na jednej natrieme všetky bočné plochy a priložíme ich k plochám druhej takej istej čati - obr. 6. Ale pozor ! Východzí štvorec má už inú funkciu - neuberáme z neho, ale pridávame , lepiace plochy už nie sú kosoštvorce ale deltoidy, pri spájaní teda musíme použiť rub plášt'a. Na obr. 7 je zachytená iná myšlienka - vychádzame



z dvoch štvorcov, no bočné steny nie sú kosoštvorce, ale kosodĺžniky. Zlepením tohoto plášt'a dostaneme zvláštne skrútené teleso, no veľmi zaujímavé . Pridali sme sa mnohí k tejto myšlienke a vymýšľali rôzne varianty, no bohužiaľ nie všetky viedli k zaujímavým tvarom, ale taká je tvorivá práca – výsledok mnohých pokusov nás neuspokojí a iba málokto z nich nám urobí skutočnú radosť.



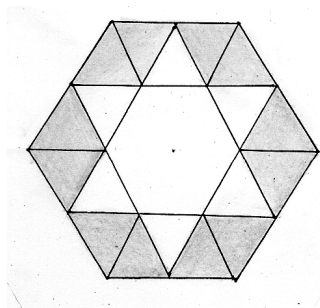
obr. 8

obr. 9

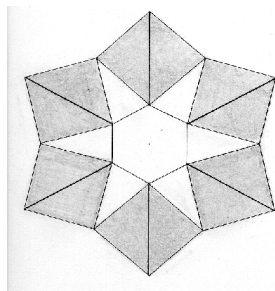
obr. 10

Podobne, ako sme sa hrali so štvorcem, môžeme špekulovať aj s trojuholníkom, no jeho možnosti sú dosť obmedzené, a preto sme sa pokúsili ísť inou cestou – pridať ďalšie strany a podobným spôsobom sa zahrať s pravidelným päťuholníkom a šesťuholníkom. Počas mnohých pokusov sme zmúdreli a výrobu plášt'ov razantne zracionalizovali. Ak vyrábame päťcípý i šesťcípý hranatý „vankúš“, urobíme dvakrát tú istú sieť, tmavé bočné plochy natrieme lepidlom iba na jednej z nich. Plášte uvedené na obr. 8 – 10 vytvoria pekné hviezdičky, ktoré po natretí zlatou a striebornou farbou sme zavesili na vianočný stromček. Dokážete postrehnúť, čím sa jednotlivé plášte líšia a ako na seba nadväzujú ? Prpomíname, že plné čiary na nákresoch ukazujú, kde treba narezat'

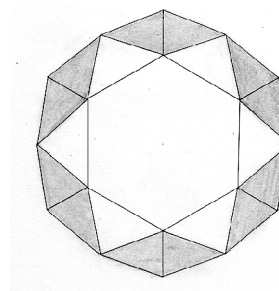
povrch papiera, aby vznikli výrazné hrany. Tá istá grafická myšlienka, ktorú sme použili pri päťuholníku, spája i nasledujúce tri nákresy.



*obr. 11*



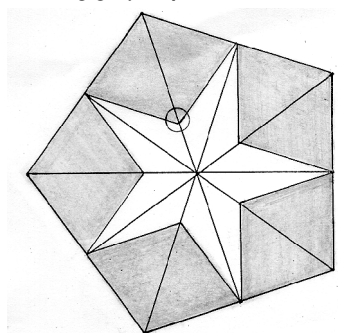
*obr.12*



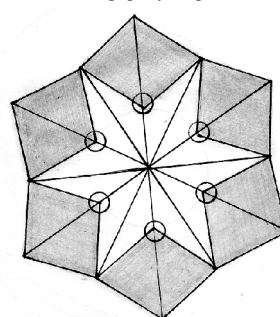
*obr.13*

Opäť tou istou technológiou získame krásne hviezdčky na vianočný stromček. Ak bočné plochy (zafarbené na tmavo ) sú úzke, tak hviezdčka je plochá, sploštená, ak sú široké, tak efekt je opačný. Rôznou veľkosťou a tvarom bočných kosoštvorcov ( čo tak skúsiť kosodĺžniky, či deltoidy !) dostávame rôzne tvary hviezdčiek s odlišnými proporčnými vzťahmi. Ciest, ako ďalej sa uberať, je veľa a nie všetky sa zmestia do tohoto článku, no nedá nám, aby sme predsa len neupozornili, že sa dá ísť mnohými cestami, ktoré objavíme práve vtedy, keď sa zmýlime, keď jednoducho nedávame pozor pri vysvetľovaní, keď nevieme niečo dobre narysovať a tak špekulujeme, ako sa tomu vyhnúť. Na záver uvedieme nákresy dvoch plášťov teliesok, ktoré sa tvarom podobajú predchádzajúcim. Ale pozor ! Prizrite sa lepšie – línie, v ktorých sa má papier prelomiť sú trochu odlišné. Krúžky upozorňujú na body, v ktorých hrana mení orientáciu zlomu. Na obrázku 14 to platí samozrejme pre všetkých päť bodov. Ako bude vyzeráť stred ?

*obr. 14*



*obr. 15*



## 5. ZÁVER

Je samozrejmé, že táto téma nemôže zaplniť celoročný výučbový plán geometrie, slúži len na motiváciu, na vzbudenie pozornosti a záujmu, stratu ostýchavosti a strachu z nej. Deti nadobudnú potrebné sebavedomie

a dôveru vo vlastné schopnosti , a to je to, čo najviac mnohým našim školákam chýba pri úspešnom zdolávaní geometrických záludností priestoru . Verím, že to je cieľom každého učiteľa .

### **Literatúra :**

- [1] BEZÁKOVÁ, A. : *Graphic perception and geometry* , Zborník vedeckých prác drevárskej fakulty Technickej univerzity vo Zvolene, 1998, str. 9 – 16 .
- [2] BEZÁKOVÁ, A. : *Úloha matematiky v umelecko-technických odboroch vysokých škôl inžinierskeho zamerania* , Zborník vedeckých prác zo seminára Motivácia vo výučbe matematiky na VŠ inžinierskeho zamerania na KM SPU v Nitre 1997, str. 14 – 17.
- [3] CRHÁK, F. – KOSTKA, Z. : *Výtvarná geometrie*, SPN Praha 1967, str. 55.
- [4] GREENE, B. : *Elegantní vesmír*, Mladá fronta , Praha 2001, obsah a filozofia celej knihy.
- [5] KOREŇOVÁ , B. : *Geometria naučila človeka myslieť a tvoriť*, Učiteľské noviny 15/1999 .
- [6] KOREŇOVÁ, B. : *Môžeme sa bez nej zaobiť?* , UN 11/2000 .
- [7] KOREŇOVÁ, B. : *Vyšetrovanie riešiteľnosti konštrukčných úloh pomocou trigonometrie* , Zborník príspevkov z konferencie Matematika v škole dnes a zajtra, KU v Ružomberku 2001 , str.97 – 106 .
- [8] KOREŇOVÁ, B. : *Geometria sveta a svet geometrie* , UN 12/2002 .
- [9] PALAJOVÁ, H. : *Geometria - organická súčasť tvorby v priemyselnom dizajne*, Zborník prednášok zo VI. vedeckej konferencie Aplikácia geometrie v technickej praxi, SF TU v Košiciach 1997 , str. 33 – 39 .
- [10] VRANKA, A. : *Metamorphosen der Ebene in die Stereometrischen Formen*, Bratislava 1994, vydané vlastným nákladom, str. 9 – 10 .



