

Kombinatorické úlohy v prijímacích testoch na stredné školy

Iveta Scholtzová

Abstract: This article presents the results of an analysis of combinatorics questions from mathematics entrance tests for secondary grammar schools.

„Kombinatorické myšlienky môžeme postrehnúť v niektorých hádankách, aritmetických a geometrických výsledkoch vytvorených starými civilizáciami (Grécko, Čína). Avšak len v novodobej matematike sa kombinatorika objavila ako zrelá disciplína, hlavne zásluhou prác Eulera, Laplacea, Pascala a Fermata. Jej moderné základy sa preplietajú so základmi teórie grafov. V súčasnosti predstavuje kombinatorika rozvíjajúcu sa oblasť diskkrétnej matematiky.“ (*Preparata* [3], s.288)

Pod pojem kombinatorické myslenie sa zahŕňa schopnosť vytvárať abstraktný model a nájsť organizačný princíp. Ťažisko kombinatorických schopností žiaka je v zručnosti hľadania organizačného princípu. „Kombinatorické myslenie je budované na schopnosti organizovať prvky množiny do prehľadných tabuliek, grafov, schém a zoznamov.“ (*Hejný*, [2], s.472)

1 ÚVOD

V učebných osnovách matematiky pre 2.stupeň ZŠ, platných od 1.9.1997, sú uvedené nasledujúce témy, týkajúce sa kombinatoriky:

6.ročník:

Kombinatorika v úlohách (základné učivo)

Ciele – vedieť vypisovať všetky možnosti podľa určitého systému.

Obsah – úlohy s kombinatorickou motiváciou a ich riešenie rôznymi spôsobmi.

7.ročník:

Kombinatorika (základné učivo)

Ciele - pokračovať v systéme vypisovania všetkých prípadov,

- v rôznorodých úlohách nájsť spoločnú matematickú podstatu,
- v jednotlivých úlohách objaviť spôsob tvorenia možných riešení,
- vedieť systematicky vytvárať všetky možné riešenia,
- riešiť rôzne primerané kombinatorické úlohy.

Obsah – úlohy s kombinatorickou motiváciou a ich riešenie rôznymi spôsobmi.

8.ročník:

Kombinatorika a pravdepodobnosť (základné učivo)

- v obsahu sa uvádza využívanie kombinatorických poznatkov žiakov pri výpočte relatívnej početnosti.

Riešenie úloh s využitím elementárnych poznatkov z teórie grafov (odporúčaná téma rozširujúceho učiva)

9.ročník:

Kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika (základné učivo)

Riešenie elementárnych úloh z teórie grafov (odporúčaná téma rozširujúceho učiva)

2 PRIJÍMACIE TESTY NA STREDNÉ ŠKOLY

S akými problémami sa učitelia matematiky stretávajú pri výučbe kombinatoriky na základných školách, sme uviedli v príspevku na konferencii v Ružomberku v septembri 2000.

V nadväznosti na to sa vynorila otázka, v akej miere sa kombinatorické úlohy objavujú v prijímacích testoch na osemročné gymnáziá a stredné školy.

Bola urobená dôkladná analýza testov z matematiky na prijímacích skúškach na stredné školy, ktoré boli na Slovensku zadávané v rokoch 1993-2000. Sledovali sme výskyt kombinatorických úloh v týchto testoch. Podkladom boli publikácie [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17], [18]. Vzorka škôl bola rozdelená do štyroch skupín: osemročné gymnáziá, štvorročné gymnáziá, stredné odborné školy (OA, SPŠ, SPoŠ, DOŠ) a stredné odborné učilištia. Získané údaje sú zachytené v tabuľke:

Rok	Typ školy	Počet analyzovaných testov	Počet testov s komb.úlohami	% testov s komb.úlohami
19938 -G	8-G	-	-	-
	G	57	8	14,03
	SOŠ	41	0	0
	SOU	14	0	0
19948 -G	8-G	11	7	63,63
	G	28	3	10,71
	SOŠ	52	1	1,92
	SOU	21	0	0
19958 -G	8-G	13	11	84,61
	G	38	3	7,89
	SOŠ	37	2	5,40
	SOU	8	0	0
19968 -G	8-G	15	8	53,33
	G	38	4	10,52
	SOŠ	40	1	2,50
	SOU	9	0	0
19978 -G	8-G	33	18	54,54
	G	50	4	8,00
	SOŠ	43	2	4,65
	SOU	16	0	0
19988 -G	8-G	51	32	62,74
	G	56	3	5,35
	SOŠ	55	3	5,45
	SOU	23	1	4,34
19998 -G	8-G	60	43	71,66
	G	34	2	5,88
	SOŠ	46	1	2,17
	SOU	15	0	0
200 08- G	8-G	64	43	67,18
	G	53	5	9,43
	SOŠ	57	1	1,75
	SOU	15	0	0

Je evidentné, že výskyt úloh z kombinatoriky je celkovo veľmi nízky. Výnimku tvoria osemročné gymnáziá, kde v každom roku bola prekročená hranica 50%, t. j. vo viac ako polovici analyzovaných testov sa kombinatorické úlohy vyskytli. Tento fakt je potešujúci a svedčí o tom, že pri výbere žiakov do osemročných gymnázií sa od uchádzačov vyžaduje nie len určité množstvo vedomostí a zvládnutie základných

matematických zručností, ale sa od nich očakáva aj flexibilita, originalita a tvorivosť. Všetky tieto zložky musia žiaci uplatniť pri riešení „neklasických“, teda aj kombinatorických úloh.

V testoch pre osemročné gymnáziá sa objavovali takéto typy kombinatorických úloh (poradie je stanovené podľa počtu výskytov):

1. zostavenie dvojciferného až sedemciferného čísla z danej množiny číslíc pri uvedení rôznych podmienok;
2. z obrázka určiť počet všetkých trojuholníkov resp. štvoruholníkov ;
3. stanoviť, koľkokrát bola použitá určitá číslica pri očíslovaní strán knihy, resp. vytvorení štartových čísel;
4. vykonanie operácií medzi prirodzenými číslami prostredníctvom grafu vo význame vyznačenia cesty;
5. určiť dĺžky strán všetkých trojuholníkov, ak je daný ich obvod;
6. zaplatenie danej sumy mincami resp. bankovkami rôznej hodnoty;
7. úlohy na použitie stromu logických možností;
8. úlohy na podanie rúk, resp. všetky cesty medzi bodmi;
9. počet všetkých úsečiek v obrázku;
10. počet zápasov v turnaji;
11. všetky trojuholníky z daných bodov;
12. úlohy na určenie poradia (usadenie na miesta, bežci v cieľi);
13. magické štvorce resp. trojuholníky;
14. kombinácie oblečenia.

Je veľmi dobré, že väčšina uvedených úloh nemala „iba“ klasickú matematickú formuláciu, ale vyjadrovala nejakú reálnu životnú situáciu, resp. bola vyjadrená vo forme príbehu, najčastejšie rozprávkového. Takýto spôsob zadávania úloh je pre žiakov tejto vekovej kategórie určite primeraný a vhodný.

Zistené skutočnosti sú v zhode s tým, čo uvádzajú *Prídavková-Šveda* [4]. Pri analýze testov, používaných pri výbere žiakov 4.ročníka ZŠ do matematických tried resp. osemročných gymnázií, boli kombinatorické úlohy vymedzené ako jedna z deviatich skupín úloh, ktoré sa v testoch vyskytujú.

Nie je až natoľko prekvapivé, že sa kombinatorické úlohy nenachádzajú v prijímacích testoch na SOU. I keď by bolo možné, že práve žiaci, ktorí pri riešení klasických úloh majú ťažkosti, vedeli by si poradiť práve s netradičnými úlohami. V prípade SOŠ je zastúpenie úloh z kombinatoriky dosť nízke. Vzhľadom na to, že na niektoré stredné odborné školy sa hlásia aj výborní žiaci, je škoda, že sa od nich očakáva iba zvládnutie tradičných úloh.

Najprekvapujúcejšie sú výsledky u štvorročných gymnázií. V absolútnej väčšine testov sa nevyskytuje žiadna kombinatorická úloha. Je to

zarážajúce o to viac, že od roku 1997 platia nové učebné osnovy, v ktorých je kombinatorika zaradená ako základné učivo! (Podobne aj pravdepodobnosť a štatistika, ktoré sa v prijímacích testoch nevyskytujú vôbec.)

4 ZÁVER

Černeková - Repáš – Černek [1] sú presvedčení, že na odbúranie strachu z kombinatoriky na strednej škole by bolo potrebné, aby sa s ňou žiaci stretli už na 1.stupni ZŠ. Určite je teda nutné, aby sa tejto časti matematiky venovala dostatočná pozornosť na 2.stupni ZŠ.

Ako povzbudiť učiteľov matematiky na základných školách k tomu, aby do vyučovacích hodín vhodne zaradzovali kombinatorické úlohy (nie len pri preberaní tematického celku Kombinatorika) ? Jednou z možností je aj to, že sa takéto úlohy budú častejšie vyskytovať v prijímacích testoch na stredné školy.

Tradičné témy školskej matematiky – aritmetika, algebra, geometria, atď. – sú samozrejme dôležité a je potrebné získať v nich dobré základy. Je však veľa takých žiakov, ktorí neustále zápasia s neúspechom v matematike. Vykonanie nápravy opakuje „stále ten istý“ obsah a tiež metódy. Matematika sa pre mnohých z nich stáva len súborom nepochopiteľných procedúr, pretože nikdy nemali príležitosť skúmať procesy majúce praktický význam a aplikovateľné v životných situáciách. Na druhej strane, je veľa talentovaných žiakov, pre ktorých je školská matematika nezaujímavá a nepodstatná, a preto orientujú svoju pozornosť do iných oblastí. Kombinatorika ponúka nový štart. Pre žiakov, ktorí boli neúspešní v matematike, kombinatorika ponúka možnosť úspechu. Žiaci sú povzbudení zaujať iný pohľad na matematiku. Zistia, že dokážu vyriešiť aj zložitejšie problémy a nadobudnú vedomie „zmocnenia“ sa matematiky. Pre talentovaných študentov, ktorí stratili záujem o matematiku, kombinatorika ponúka možnosti náročných úloh, ponúka problémy s otvoreným koncom, ktoré rýchle vedú k hraniciam znalostí a poskytujú ľahko dostupné aplikácie pre rozmanité situácie reálneho života.

Literatúra:

1. Černeková, A.- Repáš, V.- Černek, P.: *Kde začína kombinatorika I.* In: Matematika – fyzika – informatika, 1998/99, č.8, s. 462-464.
2. Hejný, M. a kol.: *Teória vyučovania matematiky 2.* Bratislava: SPN, 1989. ISBN 80-08-00014-7
3. Preparata, F.P.- Yeh, R.Y.: *Úvod do teórie diskrétnych matematických štruktúr.* Bratislava: Alfa – SNTL, 1982.

4. Prídavková, A. – Šveda, D.: *Výber žiakov 4.ročníka ZŠ do tried s rozšíreným vyučovaním matematiky*. In: Matematika, fyzika, informatika, roč.9, máj 2000, s. 524-532.
5. Scholtzová, I.: *Aplikácie diskkrétnej matematiky v školskej matematike*. Práca k dizertačnej skúške.Košice:Prírodovedecká fakulta UPJŠ,2001.
6. Scholtzová, I.: *Kombinatorika na základnej škole*. In: Zborník z konferencie „Matematika v škole dnes a zajtra“ konanej v dňoch 6. – 8. septembra 2000 v Ružomberku. Katecheticko – pedagogická fakulta sv. Ondreja KU v Ružomberku. s. 126 – 129.
7. *Testy z matematiky '93*.Bratislava:Didaktis,1993. ISBN 80-85456-23-0
8. *Testy z matematiky '94*.Bratislava:Didaktis,1994. ISBN 80-85456-28-1
9. *Testy z matematiky '95*.Bratislava:Didaktis,1995. ISBN 80-85456-33-8
10. *Testy z matematiky '96*.Bratislava:Didaktis,1996. ISBN 80-85456-38-9
11. *Testy z matematiky '98*.Bratislava:Didaktis,1997. ISBN 80-85456-41-9
12. *Testy z matematiky '99*. Bratislava:Didaktis,1998.ISBN 80-85456-47-8
13. *Testy z osemročných gymnázií '98*. Bratislava: Didaktis, 1997. ISBN 80-85456-42-7
14. *Testy do prímý '99 – Matematika*. Bratislava: Didaktis, 1998.ISBN 80-85456-50-8
15. *Testy 2000 – Matematika*. Bratislava: Didaktis, 1999. ISBN 80-85456-39-7
16. *Testy do prímý 2000 – Matematika*. Bratislava: Didaktis, 2000. ISBN 80-85456-53-2
17. *Testy 2001 – Matematika*. Bratislava: Didaktis, 2000. ISBN 80-85456-60-5
18. *Testy do prímý 2001 – Matematika*. Bratislava: Didaktis, 2000. ISBN 80-85456-62-1
19. *Učebné osnovy - Matematika pre 5. až 9. ročník ZŠ*. Bratislava: Media trade, spol. s r.o. – SPN, 1997. ISBN 80-08-02657-X

Adresa autorky:

RNDr. Iveta Scholtzová, Katedra matematiky PF PU

Ul. 17. novembra 1, 081 16 Prešov

e-mail: scholtzi@unipo.sk