

Skupiny úloh na rozvoj nadania na matematiku

Alena Prídavková

ABSTRACT: This paper deals with the issue of the care of pupils who are gifted in math. The majority of the article is devoted to the representation of a group of math problems which was created for specific math lesson topics at elementary school. The article presents the results derived from a qualitative analysis of solutions of school math problems.

1 ÚVOD

Matematika preniká čoraz viac do mnohých oblastí života a aj táto skutočnosť je jedným z dôvodov na to, aby sa vyhľadávali a vzdelávali žiaci, u ktorých je matematické myslenie na veľmi dobrej úrovni. Existuje mnoho spôsobov ako rozvíjať u žiakov ZŠ nadanie na matematiku. Najrozšírenejšou a najznámejšou formou je práca mimo vyučovania – v matematickom krúžku. Vo väčšine prípadov sa však tejto činnosti nezúčastňujú všetci žiaci s dobrými matematickými schopnosťami, z dôvodu dobrovoľnej účasti. Preto, veľkou mierou, prispieva k rozvoju matematických schopností práve práca priamo na vyučovaní. Prostriedkom pre spomínanú činnosť je predovšetkým riešenie vhodných úloh. Učiteľ by mal pritom však myslieť na to, aby zvolil také metódy a formy práce, ktoré by podnecovali aktivitu žiakov, motivovali ich k tvorivej a samostatnej myšlienkovvej činnosti. Dôležitou etapou celého procesu je výber a tvorba úloh.

2 SKUPINY ÚLOH

Pokúsili sme sa o vytvorenie návrhu na skupiny úloh, ktoré by mali istou mierou prispieť k rozvoju matematických schopností u žiakov ZŠ. Skupiny úloh boli vypracované ku konkrétnym tematickým celkom učiva matematiky pre 5. a 6. ročník ZŠ. Boli pripravené vo forme pracovných listov a následne overené v praxi. Úlohy boli zadávané žiakom v triedach s rozšíreným vyučovaním matematiky, kde je predpoklad, že sú tam

koncentrovaní žiaci s istou dávkou nadania v oblasti matematiky. Forma práce, ktorá pri riešení úloh bola použitá, bola rôzna (zvolili ju učiteľky matematiky v týchto triedach).

Pracovné listy so skupinami úloh boli dosiaľ vypracované k týmto témam:

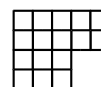
5. ročník: obsah rovinných útvarov, kombinatorika;

6. ročník: deliteľnosť prirodzených čísel, trojuholník, zlomky a slovné úlohy z výrokovej logiky.

Uvádzame ukážku dvoch pracovných listov k téme obsah rovinných útvarov pre 5. ročník:

I.

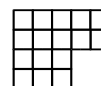
1. Útvar na obrázku rozdeľ na štyri časti rovnakého tvaru.



Nájdí čo najviac rôznych riešení

- Načrtni, aké tvary majú vzniknuté časti, v každom prípade Tvojho rozdelenia.
- Čo môžeš povedať o obsahoch vzniknutých častí?

2. Útvar na obrázku rozdeľ na časti s rovnakým obsahom.



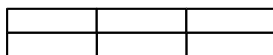
- Koľkými spôsobmi to môžeš urobiť?
- Aký počet častí vznikne pri jednotlivých deleniach?
- Aké budú obsahy vzniknutých častí? (čo sa týka ich veľkosti)
- Porovnaj veľkosť obsahov vzniknutých častí pri každom rozdelení.
- Získané výsledky sa pokús zapísať prehľadným spôsobom.

Na základe toho nájdí vzťah medzi počtom častí a veľkosťou obsahu vzniknutých častí. Toto urob v prípade každého rozdelenia, ktoré objavíš. (napr.: delím na 2 časti; obsah každej z nich je 8 štvorcíkov)

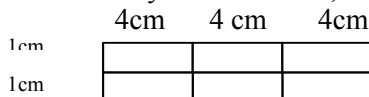
II.

1. Koľko obdĺžnikov rôznej veľkosti je na obrázku?

- Obdĺžniky rôznej veľkosti vykresli.



2. Nech sú dané rozmery obdĺžnika tak, ako je to uvedené na obrázku:



- Aký je súčet obsahov všetkých obdĺžnikov na obrázku? Popíš postup svojho riešenia.
- Ako sa zmení výsledok, keby sme jeden „malý“ obdĺžnik odobrali? (nie je pritom jednoznačne určené, ktorý obdĺžnik bude odobratý)
- Závisí výsledok od toho, ktorý z obdĺžnikov odoberiem? Ak áno, pokús sa vytvoriť všeobecné pravidlo.
- Koľko prípadov môže nastať (v závislosti od výberu obdĺžnika)?
- Aký bude súčet obsahov všetkých obdĺžnikov na obrázku, keď odoberieme dva „malé“ obdĺžniky?

- Vypíš všetky prípady „odoberaných“ dvojíc obdĺžnikov.
- Pre každý z uvedených prípadov zisti súčet obsahov všetkých obdĺžnikov na obrázku. Výsledky sa pokús zapísať prehľadným spôsobom (napr. do tabuľky).
- Vyrieš túto úlohu analogicky, ak počet odoberaných obdĺžnikov bude 3, 4, 5. Výsledky a nájdené súvislosti zapíš prehľadným spôsobom, t.j.:
- vypíš všetky prípady „odoberaných“ trojíc (štvoric a päťíc) obdĺžnikov
- pre každý z uvedených prípadov zisti súčet obsahov všetkých obdĺžnikov na obrázku. Výsledky sa pokús zapísať prehľadným spôsobom (napr. do tabuľky).

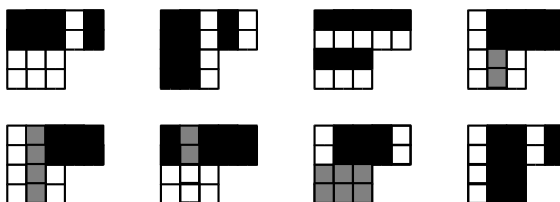
3 KVALITATÍVNA ANALÝZA ŽIACKYCH RIEŠENÍ

V nasledujúcej časti článku opíšeme výsledky získané z analýzy žiackych riešení. Analýza sa týka úloh, ktoré boli zaradené v pracovnom liste uvedenom vyššie ako ukážka I.

1. úloha: Bolo potrebné rozdeliť daný útvar na štyri časti rovnakého tvaru. Nebola tu udaná žiadna podmienka, ktorá by hovorila niečo o veľkosti vzniknutých častí (t. j. nemusia byť rovnako veľké). Táto úloha bola zadaná s cieľom prispieť k rozvoju najvyššej úrovne poznávacieho procesu – t. j. tvorivého, divergentného myslenia. Dosiahli sme to tým, že od žiakov sa vyžadovalo, aby našli čo najviac možností riešenia.

V riešeníach žiakov sa vyskytli štyri druhy rozdelenia obrázku:

1. vzniknuté útvary boli obdĺžniky rôznej veľkosti napr.



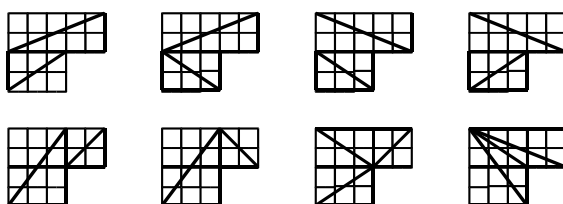
obr. 1

2. obrázok bol rozdelený na štyri útvary v tvare písmena L:



obr. 2

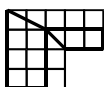
3. po rozdelení obrázku vznikli trojuholníky rôznej veľkosti:



obr. 3

V takýchto prípadoch žiaci obrázok delili spôsobom, pri ktorom rozdelili aj malé štvorce. Dôvodom na toto uvažovanie bol zrejme fakt, že v texte úlohy nebolo jednoznačne uvedené ako treba pri delení postupovať (napr. len po vyznačených stranách štvorcov).

4. V jednom prípade žiak, okrem už uvedených troch útvarov, objavil rozdelenie daného obrázku na štyri lichobežníky (obr. 4)



obr. 4

Počty riešení, ktoré uviedli žiaci boli rôzne; počnúc dvoma riešeniami až po 18 vyznačených spôsobov rozdeľovania. V niekoľkých prípadoch bol síce uvedený počet riešení väčší ako dva, no išlo o rozdelenie napríklad len na obdĺžniky (ako na obr. 1). Niektorí spomedzi riešiteľov sa uspokojili s tromi riešeniami, pričom v každom z nich získali tvary rôzneho tvaru (štyri trojuholníky alebo štyri obdĺžniky resp. štyri „elka“). V druhej časti úlohy žiaci mali načrtnúť tvary, ktoré vznikli po rozdelení obrázku. Vo väčšine prípadov boli tvary vykreslené alebo len pomenované (obdĺžnik, trojuholník, písmeno L). Vyskytli sa aj riešenia, kde boli vykreslené tie isté tvary, ale v rôznej polohe (tie potom považovali za rôzne) alebo bolo načrtnutých viacero obdĺžnikov, pričom tieto boli rôznej veľkosti.

Čo sa týka odpovedí na poslednú otázku, ohľadom obsahov vzniknutých častí, tie by sme mohli rozdeliť do dvoch skupín. V prvej z nich sa odpovede dotýkajú porovnania obsahov „malých“ vzniknutých častí v rámci jedného obrázku; buď časti majú rovnaké obsahy alebo ich obsahy sú rôzne. Do druhej skupiny odpovedí možno zaradiť väčšinu žiackych úvah. V týchto prípadoch porovnávali obsahy všetkých možných vzniknutých útvarov, ktoré uviedli v odpovedi na druhú otázku (napr. aj obdĺžniky rôznej veľkosti) a záver z toho bol, že tvary majú rôzne obsahy.

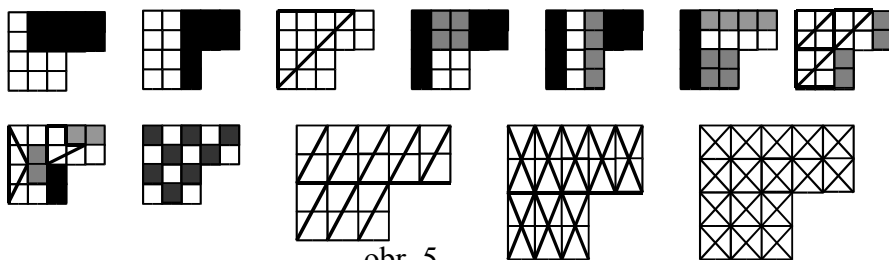
Žiaci pri riešení všetkých častí tejto úlohy prejavili svoju tvorivosť a nápaditosť, čoho dôkazom sú zaujímavé farebné znázornenia situácií.

2. úloha sa na prvý pohľad môže javiť ako identická s prvou. V tomto prípade však ide o rozdelenie obrázku na časti s rovnakým obsahom (t. j. na časti rovnakej veľkosti). Počet vzniknutých častí nie je pritom daný a ani ich tvar nemusí byť rovnaký. Úlohou je aj tu nájsť čo najviac rôznych

riešení. Následne potom, na základe sformulovaných otázok, mali žiaci nájsť súvislosť medzi počtom vzniknutých častí a obsahom jednej „malej“ časti (pričom obsah je vyjadrený počtom štvorcikov). Ku každému z objavených spôsobov rozdelenia obrázku na časti s rovnakým obsahom bolo potrebné určiť počet vzniknutých častí a zistiť ich obsah (ako počet štvorcikov). Úloha bola zaradená s cieľom rozvíjať u žiakov divergentné myslenie (hľadaním čo najväčšieho počtu riešení) a logické myslenie (mali sa pokúsiť zovšeobecniť získané závery).

Najčastejšie sa vyskytujúce spôsoby rozdeľovania boli na 2, 4, 8 a 16 častí. Tieto prípady sa vyskytli pri delení len po vyznačených stranách štvorcov. Ak sa žiaci pokúsili rozdeľovať aj malé štvorce, pribudli riešenia a počet vzniknutých častí bol 32 (každý malý štvorec bol rozdelený na dve časti – po uhlopriečke) a vyskytli sa aj riešenia so 64-oma časťami (všetky štvorce boli rozdelené na štyri časti). Objavili sa dokonca aj návrhy, kde počet vzniknutých častí bol 40, 80 a aj 90 (tieto však neboli načrtnuté, iba o nich riešiteľ uvažoval).

Odpovede na otázku „Koľkými spôsobmi môžeš rozdeliť útvar na obrázku?“ boli rôzne (tak, ako to bolo v úlohe 1). Aj tu by sa dali žiacke úvahy rozdeliť do dvoch skupín: v prvej z nich žiaci považovali napríklad rozdelenie útvaru na dve časti za jedno riešenie, no a v druhej zasa bol počet riešení väčší, nakoľko si uvedomili, že rozdeliť obrázok na dve časti (analogicky aj na iný počet) sa dá viacerými spôsobmi. Maximálny počet riešení, aj s prehľadným znázornením, bol 18. Tvary, ktoré pri deleniach vznikli boli v jednotlivých prípadoch rôzne, nakoľko v zadaní úlohy nebola udaná žiadna podmienka, ktorá by toto nejakým spôsobom obmedzovala. Vyskytli sa obdĺžniky, štvorce, trojuholníky atď. (obr. 5)



obr. 5

V ďalšej časti úlohy bolo potrebné zistiť, aký obsah majú jednotlivé diely v každom navrhovanom riešení. Túto časť vedeli žiaci prehľadne zapísať a veľkosť obsahov bola vyjadrená buď ako počet štvorcikov alebo v cm^2 . Zistené boli tieto hodnoty: 8; 4; 2; 1; 0,5; 0,25; 0,4; 0,2 a 0,1 jednotiek obsahu. Po tomto bolo potrebné porovnať obsahy vzniknutých častí v jednotlivých riešeniach, podľa veľkosti. Len v dvoch prípadoch odpoveď znela: „Obsahy častí sú rovnaké“; tu porovnali obsahy dielov v každom z obrázkov samostatne. Vo väčšine prípadov ale došlo ku

porovnaniu obsahov častí z rôznych riešení (po dvojiciach), resp. sa ich žiaci snažili porovnať všetky, pričom sa vyskytli takéto zápisy: $1 < 2 > 0,25 < 0,5$ alebo $1 \text{ cm}^2 > 0,25 \text{ cm}^2 < 2 \text{ cm}^2 > 0,5 \text{ cm}^2 < 4 \text{ cm}^2$. V mnohých prípadoch nebola uvedená žiadna odpoveď.

Pravidlo, ktoré by vyjadrovalo vzťah medzi počtom častí a ich obsahom, sa nepodarilo sformulovať žiadnemu z riešiteľov. Ak sa vyskytol zápis, tak mal takýto tvar:

delím na 2 časti obsah bude 8

delím na 4 časti obsah bude 4

delím na 8 častí obsah budú 2

delím na 16 častí obsah bude 1 atď.

Aj pri riešení tejto úlohy žiaci vo veľkej miere vyjadrili a prejavili svoje tvorivé schopnosti.

4 ZÁVER

Z analýzy žiackych riešení vidieť, že každý žiak uvažuje iným spôsobom. Toto sa prejavilo predovšetkým v tých úlohách, kde nebolo dostatočne presne naznačené, čo sa od riešiteľa vyžaduje. Tu bol vytvorený priestor na to, aby žiaci mohli prejsť svoju tvorivosť, nápaditosť, teda prezentovať svoj názor, vlastný spôsob riešenia úlohy. V skupine žiakov, kde boli úlohy overované, bude táto činnosť pokračovať. Chceme zistiť, či sa dajú a ak áno, do akej miery, rozvíjať matematické schopnosti priamo na vyučovaní, práve formou vhodne vytvorených skupín úloh ku konkrétnym témam z učiva matematiky.

Adresa autorky:

RNDr. Alena Prídavková

Katedra matematiky PF PU Prešov

Ul. 17. novembra 1, 081 16 Prešov

e-mail: pridav@unipo.sk