

## Idee stochastyczne w loteriach fantowych

Barbara Nawolska

**ABSTRACT:** *This article discusses the role that practically impossible events play in the organisation of gambling that prospers with the probability of approximately 1.*

Pewnego razu, w supermarkecie, usłyszałam następujące ogłoszenie: *jeżeli kupisz batona Danusia, to uzyskasz prawo do rzutu trzema kostkami. Jeżeli wyrzucisz trzy szóstki, to dostaniesz w nagrodę całe pudełko takich batonów.*

Błyskawicznie ustawiła się kolejka klientów, którzy kupując wskazany baton nabyli prawa do udziału w oferowanej im grze losowej. Pomyślałam, że nic nie stracę biorąc udział w takiej zabawie. Kupiłam baton i doczekawszy się swojej kolejki rzuciłam kostkami i ... wypadły same szóstki. Wtedy zagrały fanfary, wręczono mi pudełko wypełnione batonami i pogratulowano. Oszołomiona wyszłam z marketu. Po drodze do domu zastanawiałam się: czy to co się wydarzyło było niezwykle, czy to było do przewidzenia, a więc czy miałam szczęście czy też nie.

Po przeanalizowaniu sytuacji i przeprowadzeniu rachunków stwierdziłam, że wyrzucenie trzech szóstek w rzucie trzema kostkami jest bardzo mało prawdopodobne. Zbiór wyników rzutu trzema kostkami jest bowiem zbiorem trójwyrazowych wariacji zbioru sześćelementowego  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Wszystkich takich wariacji mamy  $6^3$ , a więc 216. Wszystkie te wyniki (wariacje) są jednakowo prawdopodobne. Zdarzeniu: *wypadną same szóstki*, sprzyja dokładnie jeden wynik, a więc prawdopodobieństwo uzyskania trzech szóstek w rzucie trzema kostkami wynosi,  $\frac{1}{216}$  czyli jest równe 0,004629629. Zauważmy, że  $\frac{1}{6^3} < 0,05$ . Zdarzenia, których prawdopodobieństwo jest mniejsze od 0,05, traktuje się w praktyce jak zdarzenia praktycznie

niemożliwe. W takim sensie używam dalej zwrotu *zdarzenie praktycznie niemożliwe*. Jest więc praktycznie niemożliwe, że klientowi uda się zdobyć pudełko z batonami. Ilekroć zajdzie zdarzenie praktycznie niemożliwe, mówimy wtedy o wyjątkowym szczęściu, albo pechu (szczęściu, gdy jest to pozytywny fakt, pechu gdy fakt ten jest dla nas negatywny). Po tym co mi się zdarzyło (wyrzuciłam 3 szóstki trzema kostkami i wygrałam dzięki temu pudełko batonów), można mówić o szczęściu.

Wydarzenie to nasunęło mi pomysł zorganizowania loterii fantowej w szkole mojej córki. Szkoła zbierała fundusze na zakup nowych książek do biblioteki szkolnej. Uczniowie mieli zebrać różne przedmioty, zabawki jako nagrody w loterii fantowej. Wśród tych fantów znalazła się płyta CD z muzyką popularnego zespołu młodzieżowego. Postanowiliśmy tak zorganizować loterię, aby ten cenny fant mógł „zarabiać”. Probabilistyczny problem jaki się w tej sytuacji pojawił, to określenie takiego zdarzenia (związanego z łatwym do przeprowadzenia doświadczeniem losowym np. związanego z rzutem kostkami), które jest praktycznie niemożliwe, a więc którego prawdopodobieństwo jest mniejsze od 0,05.

Idee konstrukcji regulaminu loterii znalazłam w książce [1]. Opisano je w następujących zadaniach:

**Zadanie 1.** Na imprezie organizowanej na cele dobroczynne proponuje się wygranie nowego magnetofonu za jedyne 2 zł. Magnetofon dostanie ten, kto wpłaciwszy 2 zł wypisze na tablicy pięciowyrazową wariację zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , a następnie rzucając 5 razy kostką uzyska wynik, który ta wariacja przedstawia. Jakie są szanse zdobycia owego magnetofonu za 2 zł? Czy organizatorzy mogą liczyć na zebranie jakiejś kwoty bez straty tego magnetofonu? (zob. [1], s. 60).

**Zadanie 2a.** Ktoś proponuje Ci zdobycie za jedyną złotówkę zegarka wartego 50 zł. Dajesz mu 1 zł, on zaś wręcza Ci sześć kostek do gry. Ty rzucasz kostkami. Jeśli wypadną same szóstki, to zegarek staje się Twoją własnością. Jakie jest ryzyko, że ów człowiek straci zegarek? (zob. [1], s. 119).

**Zadanie 2b.** Za drugą złotówkę (jeśli za pierwszą nie wygrałeś zegarka) właściciel proponuje Ci ponowny zakład o zegarek. Dostaniesz go jeśli w ponownym rzucie sześcioma kostkami na wszystkich kostkach wypadnie taka sama liczba oczek. Jak bardzo wzrosły Twoje szanse na zdobycie zegarka? (zob. [1], s. 119).

Rozważmy propozycję przedstawioną w zadaniu 1. Wynik pięciokrotnego rzutu kostką jest pięciowyrazową wariacją zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Wszystkie takie wariacje są jednakowo prawdopodobne i jest ich  $6^5$  czyli 7776. Prawdopodobieństwo wyrzucenia w pięciokrotnym rzucie kostką wariacji zapisanej wcześniej na tablicy jest więc równe

$\frac{1}{7776}$ . Zauważmy, że  $\frac{1}{6^3} : \frac{1}{6^5} = 6^2$ , a więc prawdopodobieństwo wygrania magnetofonu jest 36 razy mniejsze od prawdopodobieństwa wygrania pudełka batonów w supermarkecie, o którym to prawdopodobieństwie wspomniałam na początku. Szanse zdobycia oferowanego magnetofonu są bardzo małe, są tak małe, że jest praktycznie niemożliwe zdobycie tego magnetofonu w jednej próbie. Organizatorzy imprezy dobroczynnej mogą być praktycznie pewni, że zbiorą pewną sumę pieniędzy bez straty magnetofonu.

Prawdopodobieństwo zdobycia cennego zegarka za 1 zł (zob. zad. 2a) jest jeszcze mniejsze niż prawdopodobieństwo zdobycia magnetofonu. Sposób „losowania” zaproponowany w zadaniu 2a) jest jeszcze korzystniejszy dla tego, kto go proponuje niż sposób z zadania 1. Oceną ryzyka straty tego zegarka przez właściciela (i jednocześnie oceną szansy jego wygrania przez „gracza”) jest prawdopodobieństwo wyrzucenia samych szóstek w rzucie sześcioma kostkami, które jest równe  $\frac{1}{6^6}$ . Jest  $\frac{1}{6^6} = \frac{1}{46656} = 0,0000214$ . Prawdopodobieństwo straty zegarka jest 6 razy mniejsze od prawdopodobieństwa straty magnetofonu.

Gdyby zaproponować taki regulamin losowania nagród w loterii fantowej, to można być pewnym zysków bez straty głównej nagrody.

W propozycji zdobycia zegarka w zad. 2b. mamy sześć wyników sprzyjających zdarzeniu: *w rzucie sześcioma kostkami na każdej kostce wypadnie taka sama liczba oczek*. Prawdopodobieństwo tego zdarzenia, a więc prawdopodobieństwo zdobycia zegarka, jest 6 razy większe od prawdopodobieństwa zdobycia zegarka w przypadku poprzedniej propozycji (zad. 2a). Szanse zdobycia nagrody przy takim regulaminie są identyczne jak szanse zdobycia magnetofonu.

Rozważania dostarczają motywacji dla problemu poszukiwania zdarzeń praktycznie niemożliwych, a związanych z rzutem wieloma kostkami, z rzutem wieloma monetami, z losowaniem kul z pewnych urn. Chodzi tu o doświadczenia losowe, których modele stochastyczne, są klasycznymi przestrzeniami probabilistycznymi, dającymi się określić a priori. Rozważania obejmują tym samym pewne idee kombinatoryczne. Wprowadzają także ucznia w proces stosowania matematyki.

*Literatura:*

1. Płocki, A.: *Pravděpodobnost kolem nas – počet pravděpodobnosti v úlohách a problémech*, Acta Universitatis Purkynianae, Ústi nad Labem, 2001.
2. Płocki, A.: *Stochastyka 1. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna in statu nascendi*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Kraków 1997.

*Barbara Nawolska*

*Katedra Pedagogiki Przedszkolnej i Szkolnej  
Akademia Pedagogiczna w Krakowie (Pol'sko)*

*Ul. Ingardena 4*

*30-060 Kraków*

E-mail: **bnawol@wsp.krakow.pl**