

Konkrete Wege zum Verstehen von Mathematik in der Grund- und Hauptschule

Lernen an mathematischen „Objekten“

Dr. Fritz Haselbeck, Universität Passau, Deutschland

Schüler sollen sich Mathematik „vorstellen“ können

Die jüngste Forschung der Mathematikdidaktik zeigt, dass der Erfolg beim Lösen von Aufgaben und -problemen nicht ausschließlich vom mathematischen Wissen und Können abhängig ist und erklärt werden kann. Es sind in erster Linie Vorstellungen der Schüler, die sich diese über lange Zeit angeeignet haben, das eigentliche Denken in Mathematikformen.

Unterrichtsmittel, die in diese Vorstellungen miteingehen, können wie ein Filter wirken, durch den der Schüler die Mathematik, den Unterricht, den Lehrer bzw. die Mitschüler betrachtet und mit dem er Zugänge zum Mathematikunterricht interpretiert. Es erscheint plausibel, dass das Maß für die Wichtigkeit von Vorstellungen im Mathematikdenken davon abhängt, wie psychologisch zentral eine Mathematikproblem erachtet wird. Wird die Wichtigkeit der Vorstellungen am konkreten Betrachtungs- oder Handlungsobjekt herausgestellt und verbal verdeutlicht, so werden Erfahrungen zum Mathematikunterricht in einem neuen Licht interpretiert. Ein höherer Grad an Identifikation mit mathematischen Problemen und besseres Verstehen von Mathematik führt zu mehr Bereitschaft, sich mit mathematischen Dingen zu befassen.

Der Begriff der „Vorstellung“

Unter Vorstellungen kann man ein im einzelnen Lehrer bzw. Schüler fixiertes Wissen über bestimmte Objekte oder Erfahrungs- und Handlungsfelder verstehen. Diese stützen sich sehr stark auf eigene Erfahrungen. Auf Grund dieser Erfahrungen und Wahrnehmungen entwickelt der Schüler Schlussfolgerungen über Phänomene und Eigenschaften in Mathematik. Diese haben im affektiven Bereich etwas mit Hinwendung, Zuneigung, Interesse oder aber mit Distanz, Desinteresse, Ablehnung eines mathematischen Gegenstandes oder einer mathematischen Aufgabe zu tun.

Vorstellungen enthalten affektive Elemente, weil das Entstehen der Vorstellungen in der sozialen Umgebung geschieht, in der wir leben. Wir können uns den Begriff "Vorstellung" am besten erklären, wenn wir ihn in Beziehung setzen zum Begriff „Schemata“. Schemata repräsentieren „mentale Modelle“, die im Gedächtnis verankert sind und immer wieder abgerufen werden oder von selbst zum Vorschein treten. Mit ihnen kann das Individuum sein Wissen einordnen und einer Wertung zuführen. Mit Hilfe solcher "mentalen Modelle" kann der Schüler verschiedene Aspekte zu Themen im Mathematikunterricht erkennen und mit ihnen operieren.

In diesem Sinn beherrschen Schemata die Interaktion des Schülers mit den angebotenen Stoffen und Wissensgebieten. Charakteristisch im Hinblick auf das Lernen ist, dass diese Schemata - oft unbewusste – Informationen vom Vergangenen enthalten. Ihre Wichtigkeit zeigt sich insbesondere in Situation des Problemlösens.

Positive Begegnungen mit der Schulmathematik

Mathematische Modelle bzw. „Objekte“ verstärken die Wahrnehmung der Schüler und sensibilisieren Aufmerksamkeitskräfte. Es entstehen Vorstellungen, die über Erfahrungs- und Handlungsfelder kristallisiert worden sind. Vorstellungen sind abhängig von solchen, die dem Individuum besonders wichtig sind. Es handelt sich also vorwiegend um psychologische Strukturen, die dem neuen Wissen Gewicht verleihen oder eben nicht. Vorstellungssysteme sind von ihrer Natur her immer dynamische Systeme, die sich kontinuierlich verändern und erneuern lassen.

Wird nun die Wichtigkeit der Vorstellungen am konkreten Betrachtungs- oder Handlungsobjekt herausgestellt und verbal verdeutlicht, so werden Erfahrungen zum Mathematikunterricht in einem neuen Licht interpretiert. Ein höherer Grad an Identifikation mit mathematischen Problemen und besseres Verstehen von Mathematik führt zu mehr Bereitschaft, sich auch fernerhin mit mathematischen Dingen zu befassen.

Schülervorstellungen von Mathematik

Bei Schülern kann man gegenüber Mathematik zwei verschiedene Verhaltensweisen trennen:

- instrumentelles Verhalten
- verstehensorientiertes Verhalten

Ziel des instrumentellen Verhaltens, das viele Schüler an den Tag legen, ist es, eher die richtige Antwort zu erhalten als den Inhalt der Mathematikaufgabe zu verstehen. Ein verstehensorientierter Schüler strebt dagegen nach einem Verständnis des Inhalts und der Beziehungen in einer Mathematikaufgabe. Für diesen Schüler bedeutet Mathematik untersuchen und verstehen. Die alltägliche Praxis an unseren Schulen zeigt, dass den Vorstellungen vieler Schüler eher die instrumentelle Sichtweise entspricht. Dies gilt besonders beim Lösen mathematischer Probleme und Sachrechenaufgaben.

Schüler denken, dass das Ziel des Aufgabenlösend immer das Erreichen der richtigen Antwort ist!

Viele Schüler widmen dem Endergebnis, das man um jeden Preis erreichen will, mehr Aufmerksamkeit als einzelnen Bedeutungsinhalten. Sie finden daher auch, dass ein Versuch, die Aufgabe zu analysieren, keinen Wert hat, falls er nicht zur richtigen Antwort führt. In diesem Zusammenhang glauben Schüler auch, dass die bloße und wiederholte Wiedergabe der Regel zeigt, dass sie völlig verstehen, was sie gerade tun. Gerade dies ist aber ein häufiger Trugschluss! Manche Schüler und ebenso Lehrer sind der Meinung, dass das mathematische Denken darin besteht, dass man Tatsachen, Regeln, Formeln und verschiedene Prozeduren lernen, erinnern und verwenden kann. Sie glauben im allgemeinen, dass mathematische Probleme Routineaufgaben sind, bei denen man (immer und überall) bekannte arithmetische und algebraische Grundverfahren anwenden kann. Diejenigen Probleme, die von solchen Routineaufgaben abweichen, geht man in Bezug auf Lösungen erst gar nicht mehr an.

Die meisten Schüler betrachten den Lehrer und das Mathematikbuch als zentrale Autorität für das mathematische Wissen. Sie gehen davon aus, dass sie vorgegebenes Wissen, also von anderen "erschaffene" Mathematik reproduzieren zu müssen. Diese Tatsache äußert sich dann folgendermaßen: Wenn ein Schüler nicht gleich den direkten Weg zur Lösung der Aufgabe kennt oder sich daran erinnert, dann kann er selbst nichts zur Lösung der Aufgabe beitragen!

Didaktisch-methodische Folgerungen

Dass unsere Schüler die in der Regel aus guten Gründen Fertigkeiten und Wissens Elemente erwerben sollen, steht außer Zweifel. Aber kann und darf das nur in der schon von der Reformpädagogik kritisierten rein formalen „Lernschule“ (=Imitationsschule) geschehen? Für das Lern- und Unterrichtsmilieu bedeutet das insbesondere, dass ein breites Nachdenken gerade in der Grund- und Hauptschule über den Einsatz von Unterrichtsmitteln und didaktischen Materialien erforderlich ist. Im Hinblick auf die Forderung nach besseren Bildungsressourcen – vorrangig in Bezug auf das Fähigkeitspotential unserer Hauptschüler – und daraus abgeleiteter pädagogisch-fachdidaktisch fundierter „Taten“ rücken die Veranschaulichung und das konkrete Tun mit Hilfe einfacher, schülergerechter Materialien zunehmend in den Vordergrund.

Mit Blick auf eine günstige Unterrichtskultur ergibt sich auf den Lernwegen eine stärkere Berücksichtigung des selbstentdeckenden, aktiv gestaltenden und kooperativen Lernens. Materialien sind didaktisch hervorragend geeignet, Sinnzusammenhänge zu finden, neues Wissen in altes einzubetten, Inhaltliches zu beschreiben, sachstimmige Argumente zu fassen, Beziehungen herzustellen sowie Eigenschaften und Aussagen wiederzuerkennen. Das „Vor-Nachmach-Schema“ - so wertvoll dies im Einzelfall sein kann - , das den deutschen Mathematikunterricht zu dominieren scheint, verhindert offensichtlich größeren Lernerfolg.

Den Lernenden kann ein hohes Maß an Mitgestaltung über didaktische Materialien ermöglicht werden. Somit wird das Tun der Schüler immer auch mit der Zielbewusstheit des schulischen Bildungsauftrags verschränkt. Die Nutzung der produktiven Spannung zwischen der Entwickelbarkeit des Mathematikstoffes und dem Entwicklungspotential der Schüler kann günstiger Weise über didaktisch erprobte Materialien erfolgen – Offenheit mit Konzept! Auf diese Weise erhält Mathematiklernen in der Schule auch einen kulturellen Hintergrund, da Objektbezüge immer auch sehr enge Anbindungen an das Kulturmilieu der Schüler schaffen. Vielleicht können gegenständliche Materialien für den Mathematikunterricht dazu beitragen, dass Schule nicht nur in die Entwicklung der künstlichen, sondern auch wieder verstärkt in die Förderung der natürlichen Intelligenz unserer Schüler investiert.

Mathematiklernen kann nicht mehr alleine heißen: in der Mathematikstunde dem Unterricht folgen, (möglichst) viele Aufgaben im Buch durchrechnen lassen und die Hausaufgabe erledigen! Ebenso dient es dem mathematischen Verstehen wenig, Ziele des Mathematikunterrichts allein auf die Fähigkeit der Schüler zu richten, möglichst schnell die richtigen Antworten zu finden.

Produktiver Mathematikunterricht ergänzt die traditionellen Methoden durch die Lernauffassung, wonach der Mathematiklehrer eher Initiator, Erklärender und Helfer dafür ist, dass Schüler selbst aus ihren Kenntnissen Konstrukte schaffen, sowie ihre Erfahrungen in Beziehung setzen und ordnen. Im Hinblick auf eine Neuorientierung der Didaktik ist folgendes zu bedenken: bei Schülern ist es weit verbreitet, wissen zu wollen, welche Inhalte in der nächsten Schulaufgabe oder Probearbeit „drankommen“ und sie lernen dann auch nur diese. Andere Inhalte braucht man nicht zu wissen!

Beim Entwickeln von Vorstellungen in den Schülernköpfen ist der Lehrer in einer Schlüsselposition, weil Vorstellungen sich oft über viele Jahre hinweg über persönliche Erlebnisse entwickeln und die wichtigsten dieser Erlebnisse für das Mathematiklernen in den Schulstunden und in direkter Kommunikation mit dem Lehrer (!) gemacht werden.

Von einschneidender Bedeutung für kognitiv-affektiv günstige Zugänge zum Mathematiklernen sind also die vom Lehrer arrangierten Lernerlebnisse. Diese spiegeln ihrerseits die eigenen Vorstellungen des Lehrers über den Mathematikunterricht und über das Mathematiklernen wieder. Vorstellungen, die sich Schüler aneignen, sollten im Unterricht immer auch nach ihren Gründen und Ursachen hinterfragt werden. Dann wäre das Lernen mehr als nur Vorstellungen anzunehmen. Im Denken der Schüler könnte so etwas entstehen wie eine logische Ordnung und – was besonders wichtig erscheint – Offenheit gegenüber dem Aneignen neuer Vorstellungen und Wissens-elementen.

Literatur

1. Aebli H.: Psychologische Didaktik. Stuttgart 1976
2. Aebli H.: Denken: Das Ordnen des Tuns. 2 Bd. Stuttgart 1980, 1981
3. Piaget J.: Die natürliche Geometrie des Kindes. Stuttgart 1976
4. Rost D.H.: Raumvorstellung. Weinheim, Basel, 1977
5. Stückrath F.: Kind und Raum. München 1963
6. Wittmann E.: Mathematisches Denken bei Vor- und Grundschulkindern. Braunschweig 1982
7. Franke M.: Didaktik der Geometrie. Heidelberg, Berlin 2000
8. Lorenz J.H.: Kinder entdecken die Mathematik. Braunschweig 1997
9. Lorenz J.H./Radatz H.: Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover 1993
10. Müller G., Röhr M., Wittmann E.Ch.: Schauen und Bauen. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett 1997
11. Winter H.: Mathematik entdecken. Frankfurt/M: Scriptor, 1987

Dr. Fritz Haselbeck
Universität Passau
Fachdidaktik Mathematik
Postfach
D-94030 Passau